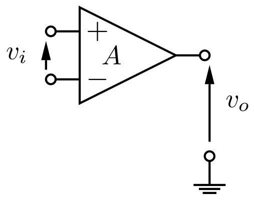
BLOCCO AMPLIFICATORE



È un circuito integrato

$$v_i = v_+ - v_-$$

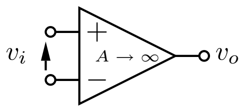
$$v_o = A v_i$$

quindi

$$v_i = \frac{v_o}{A}$$

Amplificatore ideale

- $A \to \infty$
- resistenza di ingresso $\to \infty$
- corrente assorbita dagli ingressi $\to 0$
- resistenza di uscita $\to 0$

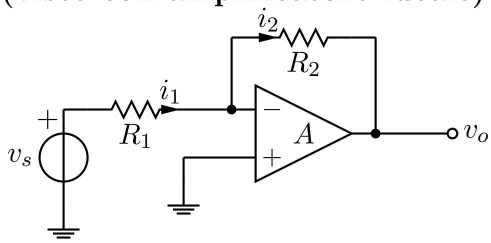


$$v_i = \frac{v_o}{A} \to 0$$

cioè: qualunque tensione v_o è ottenuta con tensioni v_i piccolissime, trattabili come infinitesime.

CONFIGURAZIONI CIRCUITALI DI BASE

Amplificatore invertente (visto con amplificatore ideale)



Fondamenti:

a) amplificazione $A \to \infty$

b) correnti di ingresso amplificatore $= 0$

da cui si ricava

a)

$$v_i = v_+ - v_- = 0 \qquad \left(v_i = \lim_{A\to\infty} \frac{v_o}{A} \right)$$

cioè

$$v_- = v_+ = 0$$

Il terminale negativo dell'amplificatore è una *massa (o terra) virtuale.*

b)

$$i_1 = i_2$$
$$\frac{v_s - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_o}{R_2}$$
$$\frac{v_s}{R_1} = -\frac{v_o}{R_2}$$

Quindi il guadagno ideale della configurazione invertente è

$$\boxed{G_{\text{id}} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

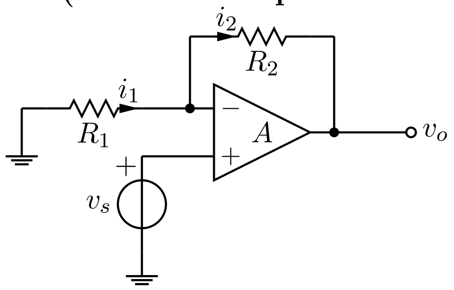
Si vede direttamente:

1. Il morsetto negativo è una massa virtuale: $v_- = 0$
2. nella resistenza R_1 scorre $i_1 = \frac{v_s}{R_1}$, diretta verso l'ingresso dell'amplificatore
3. la corrente i_1 prosegue come $i_2 = i_1$ nella resisteza R_2
4. la tensione ai capi di R_2 vale $i_2 R_2 = v_s \frac{R_2}{R_1}$
5. l'uscita dell'amplificatore è più bassa del morsetto di ingresso invertente proprio a causa della caduta di tensione su R_2

Si trova quindi

$$v_o = -v_s \frac{R_2}{R_1}$$

Amplificatore NON invertente (visto con amplificatore ideale)



Fondamenti:

a) amplificazione $A \to \infty$

b) correnti di ingresso amplificatore $= 0$

da cui si ricava

a)

$$v_i = v_+ - v_- = 0$$

$$v_- = v_+ = v_s$$

cioè il terminale negativo dell'amplificatore segue la tensione applicata al terminale positivo

b)

$$i_1 = i_2$$

$$\frac{0 - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_o}{R_2}$$

$$-\frac{v_s}{R_1} = \frac{v_s - v_o}{R_2}$$

Quindi il guadagno ideale della configurazione invertente è

$$\boxed{G_{\text{id}} = \frac{v_o}{v_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

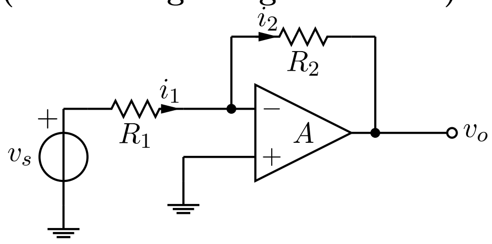
Si vede direttamente:

1. il morsetto positivo è a tensione v_s
2. il morsetto negativo è alla stessa tensione
3. nella resistenza R_1 scorre $i_1 = -\frac{v_s}{R_1}$, cioè la corrente è diretta dall'ingresso dell'amplificatore verso massa
4. nella resistenza R_2 scorre $i_2 = i_1$, cioè di uguale valore e diretta dall'uscita dell'amplificatore verso l'ingresso
5. l'uscita dell'amplificatore si trova rispetto a massa più in alto di una quantità data dalla somma delle cadute su R_1 ed R_2

Si trova quindi

$$v_o = v_s + v_s\frac{R_2}{R_1} = v_s\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore invertente (visto con guadagno A finito)



Fondamenti:

a) amplificazione molto grande $A \gg 1$

b) correnti di ingresso amplificatore trascurabili $\simeq 0$

da cui segue

a)

$$v_i = v_+ - v_- = \frac{v_o}{A} \qquad \text{(piccola)}$$

$$v_- = -\frac{v_o}{A}$$

b)

$$i_1 = i_2$$

$$\frac{v_s - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_o}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_1}\left(v_s + \frac{v_o}{A}\right) = \frac{1}{R_2}\left(-\frac{v_o}{A} - v_o\right)$$

$$v_o\left(1 + \frac{1}{A} + \frac{1}{A}\frac{R_2}{R_1}\right) = -\frac{R_2}{R_1}v_s$$

Quindi il guadagno reale della configurazione invertente è

$$\boxed{G = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{A}}}$$

cioè

$$G = G_{\text{id}}\frac{1}{1 + \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{A}}$$

infatti $G \to G_{\text{id}}$ per $A \to \infty$.

Il guadagno d'anello nella configurazione controreazionata è:

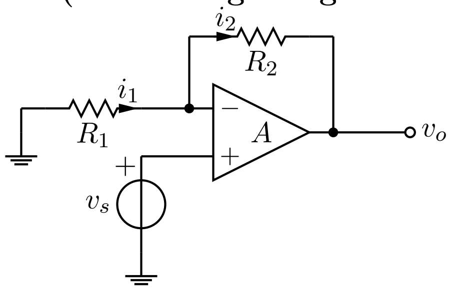
$$G_L = -A\frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{A}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Perciò

$$G = G_{\text{id}}\frac{1}{1 - \frac{1}{G_L}}$$

che, per $G_L \to \infty$ si riduce a $G = G_{\text{id}}$

Amplificatore NON invertente (visto con guadagno A finito)



Fondamenti:

a) amplificazione molto grande $A \gg 1$

b) correnti di ingresso amplificatore trascurabili $\simeq 0$

da cui segue

a)

$$v_i = v_+ - v_- = \frac{v_o}{A} \qquad \text{(piccola)}$$
$$v_- = v_+ - \frac{v_o}{A} = v_s - \frac{v_o}{A}$$

b)

$$i_1 = i_2$$
$$\frac{0 - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_o}{R_2}$$
$$\frac{v_o}{R_2} = v_- \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$
$$v_o = v_- \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$
$$v_o = \left(v_s - \frac{v_o}{A} \right) \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$
$$v_o \left(1 + \frac{1}{A} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = v_s \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

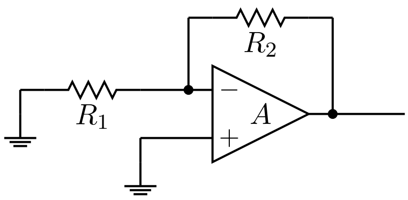
infine:

$$\boxed{G = \frac{v_o}{v_s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \frac{R_1 + R_2}{R_1}}}$$

cioè

$$G = G_{\text{id}} \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$
$$G = G_{\text{id}} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_L}}$$

Guadagno dell'anello di controreazione



Consideriamo il guadagno A finito, e percorriamo l'anello:

1. dall'ingresso invertente all'uscita passando dall'amplificatore
2. dall'uscita all'ingresso invertente passando dalla rete di reazione

si trova quindi

1. il segnale di prova viene trasferito dall'ingresso invertente all'uscita con funzione di trasferimento (amplificatore)
$$-A$$
2. il segnale di uscita viene trasferito all'ingresso invertente con funzione di trasferimento (partizione resistiva)
$$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Il guadagno d'anello si ottiene moltiplicando le due funzioni di trasferimento trovate

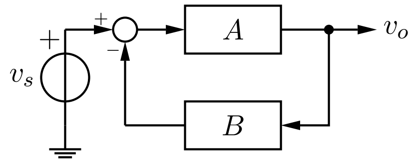
$$G_L = -A\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

N.B. 1 L'anello di reazione è uguale per entrambe le configurazioni viste (invertente e non invertente)

N.B. 2 Si chiama CONTROreazione perché il segnale riportato al morsetto di ingresso si oppone al segnale iniettato

Effetto del guadagno finito in sistemi controreazionati

Consideriamo un sistema controreazionato, con A e B funzioni di trasferimento



Il guadagno d'anello è

$$G_L = -AB$$

mentre il guadagno reale è

$$G = \frac{v_o}{v_s} = \frac{A}{1 + AB}$$

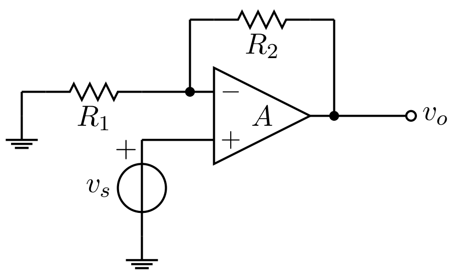
Per $A \to \infty$ si trova $G \to \frac{1}{B} = G_{\mathrm{id}}$ (caso ideale)

Nel caso reale

$$\boxed{G = \frac{1}{B}\frac{1}{1 + \frac{1}{AB}} = G_{\mathrm{id}}\frac{1}{1 + \frac{1}{AB}} = G_{\mathrm{id}}\frac{1}{1 - \frac{1}{G_L}}}$$

Si può partire da qui e ritrovare quanto già visto per gli amplificatori operazionali.

Applicazione al caso della configurazione NON invertente



Partendo dal risultato ottenuto per i sistemi controreazionati e ponendo

$$A = A$$

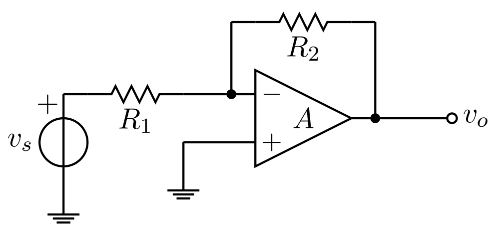
(cioè il guadagno del blocco di andata è uguale al guadagno dell'operazionale)

$$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

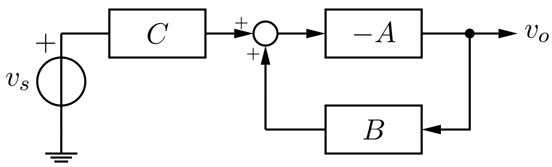
si ottiene

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{1}{B}\frac{1}{1 + \frac{1}{AB}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1 + \frac{1}{A}\frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

Applicazione al caso della configurazione invertente



In questo caso l'anello di reazione è lo stesso, ma il segnale v_s non è applicato direttamente al morsetto dell'amplificatore. Lo schema equivalente in questo caso è



da cui si ricava

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{-AC}{1+AB} = -C\frac{1}{B}\frac{1}{1+\frac{1}{AB}}$$

Sostituendo

$$A = A$$
$$B = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$
$$C = \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

si trova

$$\frac{v_o}{v_s} = -C\frac{1}{B}\frac{1}{1+\frac{1}{AB}} = -\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{1}{1+\frac{1}{A}\frac{R_1+R_2}{R_1}} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+\frac{1}{A}\frac{R_1+R_2}{R_1}}$$

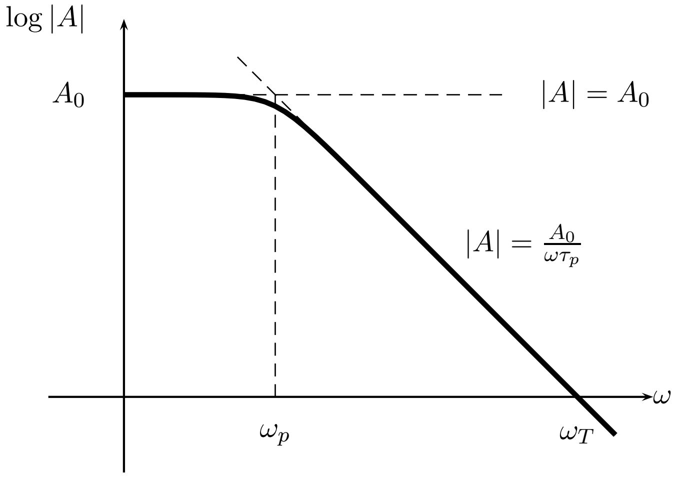
Blocco amplificatore con guadagno finito e banda finita

Consideriamo anche la banda limitata da un singolo polo a $\omega = \omega_p$. Quindi la funzione di trasferimento dell'amplificatore è

$$A = \frac{A_0}{1 + s\tau_p} \to \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}\omega\tau_p} = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}}$$

dove $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$.

Diagramma di Bode di $|A|$



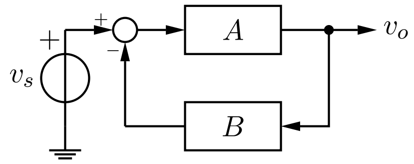
Asintoti:

a) a bassa frequenza, per $\omega \ll \omega_p$, l'asintoto è $|A| = A_0$

b) ad alta frequenza, per $\omega \gg \omega_p$, l'asintoto è $|A| = \frac{A_0}{\frac{\omega}{\omega_p}} = \frac{A_0\omega_p}{\omega}$; definendo $\omega_T = A_0\omega_p$ si trova $|A| = \frac{\omega_T}{\omega}$

dove ω_T è la pulsazione alla quale si ha $|A| = 1$. Si vede che alle alte frequenze il prodotto $|A|\,\omega = \omega_T$ è costante; essendo il prodotto tra il guadagno $|A|$ e la banda ω, viene chiamato prodotto guadagno–banda, ovvero Gain–BandWidth Product (GBWP).

Effetto della banda finita (singolo polo) dell'amplificatore in un sistema controreazionato con rete resistiva



Il guadagno vale

$$G = \frac{v_o}{v_s} = \frac{A}{1 + AB}$$

Consideriamo che il sistema sia composto da:

- amplificatore con banda limitata da un polo semplice

$$A = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}}$$

- rete di reazione (e quindi B) indipendente da ω (contenente solo resistenze)

Quindi il guadagno vale

$$\begin{aligned} G(\omega) &= \frac{\frac{A_0}{1+\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}}}{1 + B\frac{A_0}{1+\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}}} = \\ &= \boxed{\frac{A_0}{1 + A_0B}\frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}\frac{1}{1+A_0B}}} = \\ &= \frac{A_0}{1 + A_0B}\frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{A_0\omega_p}\frac{A_0}{1+A_0B}} = \\ &= \frac{A_0}{1 + A_0B}\frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_T}\frac{A_0}{1+A_0B}} \end{aligned}$$

Indicando con

$$G_0 = \frac{A_0}{1 + A_0B} \xrightarrow[A_0B \to \infty]{} \frac{1}{B}$$

e

$$\omega_{p_R} = \frac{\omega_T}{G_0} = \omega_T \frac{1 + A_0B}{A_0}$$

$$\omega_{p_R} = \omega_P \left(1 + A_0B\right) = \omega_P \left(1 + G_L\right) \simeq \omega_P G_L$$

si trova

$$\boxed{G(\omega) = G_0 \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\frac{\omega_T}{G_0}}} = G_0 \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_{p_R}}}}$$

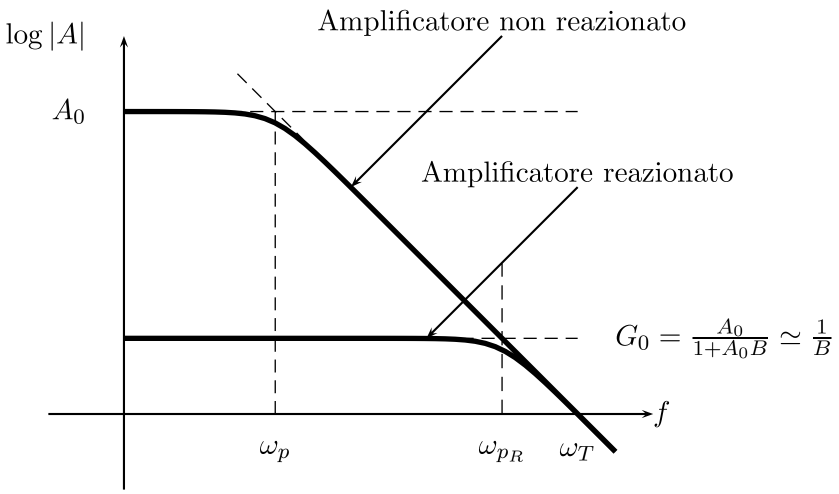
Asintoti:

a) a bassa frequenza, per $\omega \ll \omega_{p_R}$, l'asintoto è $G(\omega) = G_0$

b) ad alta frequenza, per $\omega \gg \omega_{p_R}$, l'asintoto è $G(\omega) = G_0 \frac{\omega_{p_R}}{\omega} = \cancel{G_0}\frac{\omega_T}{\cancel{G_0}}\frac{1}{\omega} = \frac{\omega_T}{\omega}$

Notare che l'asintoto ad alta frequenza è lo stesso

- per l'amplificatore A non controreazionato
- per l'amplificatore controreazionato con resistenze



La controreazione

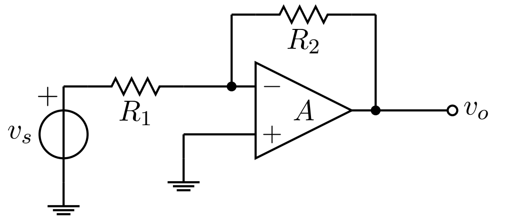
a) riduce il guadagno in continua del fattore $1 + A_0B = 1 - G_L \simeq -G_L = A_0B$

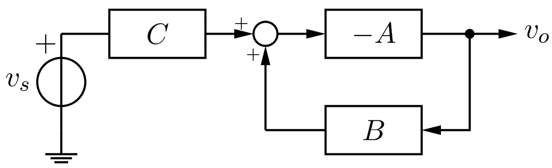
b) innalza il limite di banda da ω_p a ω_{p_R} dello stesso fattore $1 + A_0B = 1 - G_L \simeq -G_L = A_0B$

Amplificatore NON invertente

Il risultato ottenuto per sistemi controreazionati si applica dirrettamente alla configurazione non invertente

Amplificatore invertente





$$F = \frac{v_o}{v_s} = -C\frac{A}{1+AB} = C \cdot G$$

con $C = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ e $B = \frac{R_1}{R_1+R_2}$.

Quanto visto per i sistemi reazionati si applica al fattore $G = \frac{A}{1+AB}$, per cui nel caso

$$A(\omega) = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_p}}$$

si ha

$$F(\omega) = -C \cdot G = -\frac{R_2}{R_1+R_2} G_0 \frac{1}{1+\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_{p_R}}}$$

Pertanto gli asintoti sono:

a) a bassa frequenza, per $\omega \ll \omega_{p_R}$, l'asintoto è $F(\omega) = F_0 = -\frac{R_2}{R_1+R_2} G_0 = -\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{A_0}{1+A_0B}$ che, per $G_L = A_0 B \gg 1$, vale $F_0 \simeq -\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{B} = -\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R_1+R_2}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1}$

b) ad alta frequenza, per $\omega \gg \omega_{p_R}$, l'asintoto è

$$|F(\omega)| = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{\omega_T}{\omega} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_1}}\frac{\omega_T}{\omega} = \frac{G_{\mathrm{id}}}{1+G_{\mathrm{id}}}\frac{\omega_T}{\omega}$$

In un amplificatore reazionato si ha normalmente un guadagno abbastanza alto ($G_{\mathrm{id}} \gg 1$), e quindi l'asintoto è

$$|F(\omega)| \simeq \frac{\omega_T}{\omega}$$

quasi coincidente con quello dell'amplificatore non reazionato

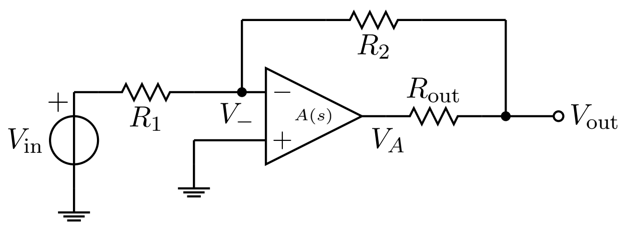
Note su come calcolare il guadagno reale $G(s)$ di un amplificatore controreazionato

$$G(s) = \frac{G_{\mathrm{OP}}(s)}{1 - G_{\mathrm{LOOP}}(s)} \tag{1}$$

in cui $G_{\mathrm{OP}}(s)$ è il guadagno di andata (cioè il guadagno ad anello aperto).

Difficoltà 1

Calcolare $G_{\mathrm{OP}}(s)$ non è facile in vari casi, ad esempio se la resistenza di uscita $R_{\mathrm{out}} \neq 0$



Ad anello aperto si ha:

$$V_- = V_{\mathrm{in}} \frac{R_{\mathrm{out}} + R_2}{R_{\mathrm{out}} + R_2 + R_1}$$

$$V_A = V_-(-A(s))$$

$$V_{\mathrm{out}} = V_A \times ?$$

Soluzione: troviamo il modo di esprimere $G(s)$ non tramite $G_{\mathrm{OP}}(s)$, ma tramite altre funzioni più facili da calcolare, e precisamente:

- $G_{\mathrm{ID}}(s)$ (guadagno ideale)
- $G_{\mathrm{LOOP}}(s)$ (guadagno d'anello)

Infatti:

$$G = \frac{G_{\mathrm{OP}}}{1 - G_{\mathrm{LOOP}}} = \frac{-\frac{G_{\mathrm{OP}}}{G_{\mathrm{LOOP}}}}{1 - \frac{1}{G_{\mathrm{LOOP}}}}$$

Con $G_{\mathrm{LOOP}} \to \infty$ si ha

$$\begin{cases} G = & G_{\mathrm{id}} \quad \text{per definizione} \\ G = & -\frac{G_{\mathrm{OP}}}{G_{\mathrm{LOOP}}} \quad \text{da quanto sopra} \end{cases}$$

Perciò

$$G_{\mathrm{id}} = -\frac{G_{\mathrm{OP}}}{G_{\mathrm{LOOP}}}$$

quindi

$$\boxed{G = \frac{G_{\mathrm{ID}}}{1 - \frac{1}{G_{\mathrm{LOOP}}}}} \tag{2}$$

$$\boxed{G_{\mathrm{OP}} = -G_{\mathrm{ID}} G_{\mathrm{LOOP}}}$$

Sono espressioni utili perché G_{ID} e G_{LOOP} sono facili da calcolare.

Difficoltà 2

L'espressione (2) è adatta al calcolo analitico di $G(s)$, ma risulta ancora difficile tracciarne il diagramma di Bode perché non risulta evidente calcolare le singolarità del denominatore $\left(1 - \frac{1}{G_{\text{LOOP}}}\right)$.

La soluzione è un approccio approssimato:

- prima troviamo gli asintoti del diagramma per $G_{\text{LOOP}} \gg 1$ e per $G_{\text{LOOP}} \ll 1$
- poi cerchiamo di trovare l'andamento con valori intermedi di G_{LOOP}

$$\begin{cases} G = G_{\text{ID}} & \text{per } G_{\text{LOOP}} \gg 1 \qquad \text{(Dalla (2))} \\ G = G_{\text{OP}} & \text{per } G_{\text{LOOP}} \ll 1 \qquad \text{(Dalla (1))} \end{cases}$$

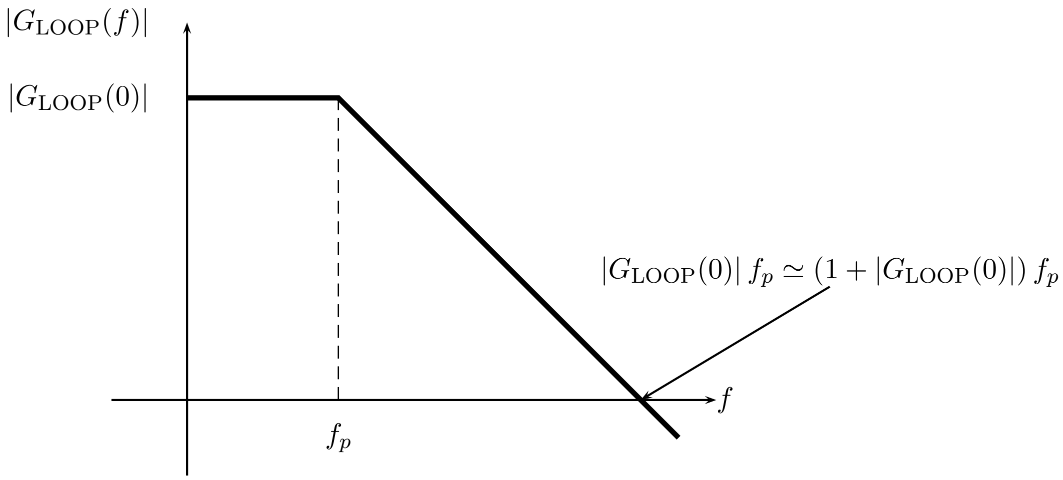
L'andamento del diagramma di Bode con valori intermedi di G_{LOOP} in molti casi non è facile da ricavare. C'è però un caso semplice pittosto frequente: G_{LOOP} con un solo polo semplice.

Lo abbiamo già incontrato nel caso di amplificatore con banda limitata da un polo; riesaminiamolo in generale.

$$\begin{cases} G_{\text{LOOP}}(s) = & \frac{G_{\text{LOOP}}(0)}{1+s\tau_p} = \frac{G_{\text{LOOP}}(0)}{1+s\frac{1}{2\pi f_p}} \\ G(s) = & \frac{G_{\text{ID}}(s)}{1-\frac{1}{G_{\text{LOOP}}(s)}} \end{cases}$$

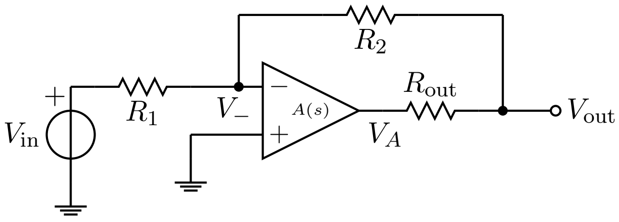
quindi

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{G_{\text{ID}}(s)}{1 - \frac{1+s\tau_p}{G_{\text{LOOP}}(0)}} = \\ &= \frac{G_{\text{ID}}(s)}{1 + \frac{1+s\tau_p}{|G_{\text{LOOP}}(0)|}} = \\ &= \frac{G_{\text{ID}}(s)\,|G_{\text{LOOP}}(0)|}{|G_{\text{LOOP}}(0)| + 1 + s\tau_p} = \\ &= \frac{G_{\text{ID}}(s)\,|G_{\text{LOOP}}(0)|}{(1 + |G_{\text{LOOP}}(0)|)} \frac{1}{1 + s\frac{1}{2\pi f_p(1+|G_{\text{LOOP}}(0)|)}} \end{aligned}$$



Il polo ad anello chiuso coincide circa con il taglio a 0 dB del G_{LOOP}

Esempio



$R_1 = 1\,\text{k}\Omega$
$R_2 = 10\,\text{k}\Omega$
$R_{\text{out}} = 9\,\text{k}\Omega$
$A(s) = \begin{cases} A_0 = 10^6 \\ f_0 = 10\,\text{Hz} \end{cases}$

- Guadagno ideale:

$$G_{\text{ID}} = -\frac{R_2}{R_1} = \text{-10}$$

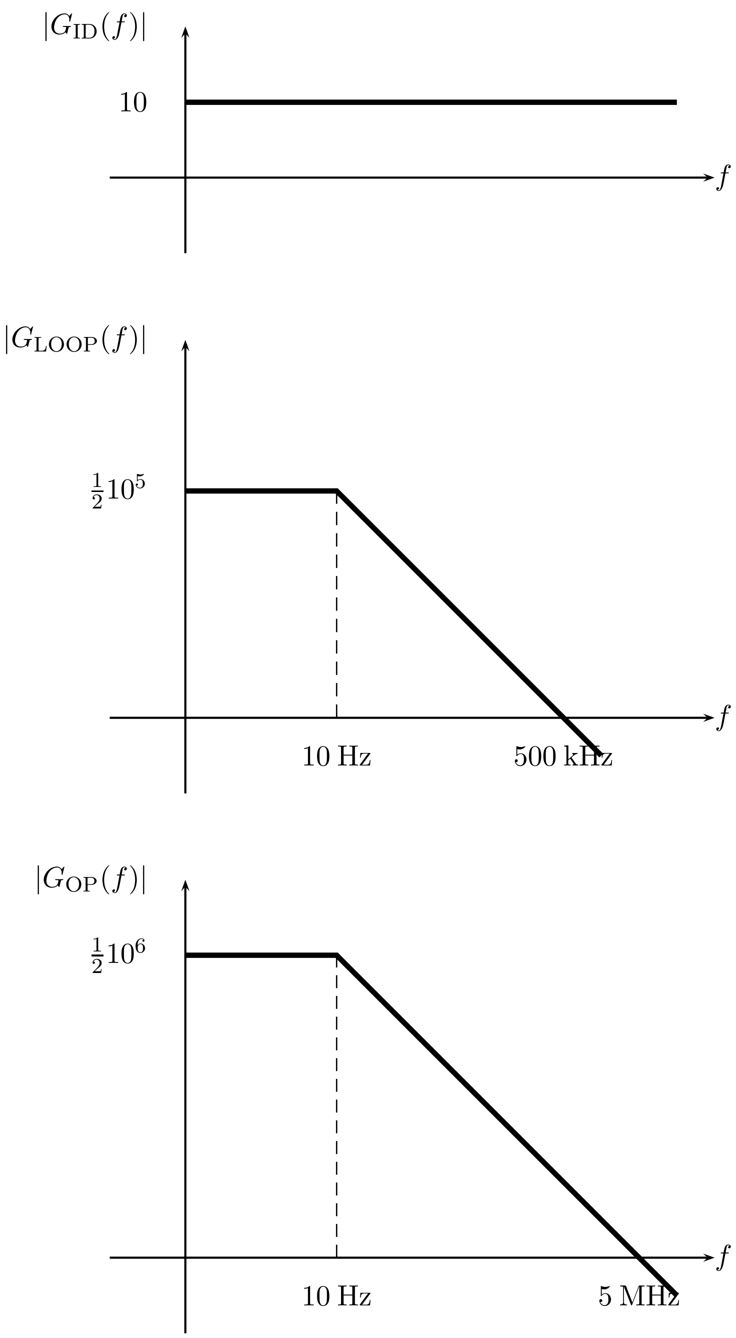
- Guadagno d'anello:

$$G_{\text{LOOP}} = -A(s)\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_{\text{out}}} = -A(s)\frac{1}{20}$$

- Guadagno in anello aperto:

$$G_{\text{OP}}(s) = -G_{\text{ID}}(s)G_{\text{LOOP}}(s)$$

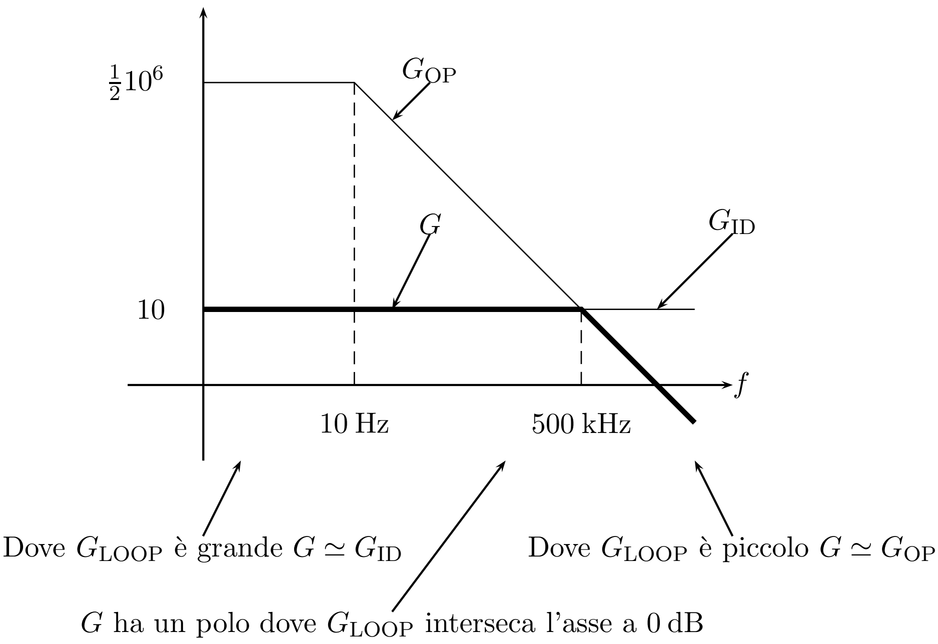
Ho tutte le singolarità di G_{ID} e di G_{LOOP}, quindi è immediato disegnare il diagramma di Bode



- Guadagno reale:

$$G \simeq \begin{cases} G_{\mathrm{ID}} & \text{se } |G_{\mathrm{LOOP}}| \gg 1 \\ G_{\mathrm{OP}} & \text{se } |G_{\mathrm{LOOP}}| \ll 1 \end{cases}$$

Conviene rappresentare su un unico grafico G_{ID} e G_{OP}



$\frac{1}{2}10^6$
G_{OP}
G
G_{ID}
10
f
10 Hz
500 kHz
Dove G_{LOOP} è grande $G \simeq G_{\mathrm{ID}}$
Dove G_{LOOP} è piccolo $G \simeq G_{\mathrm{OP}}$
G ha un polo dove G_{LOOP} interseca l'asse a 0 dB