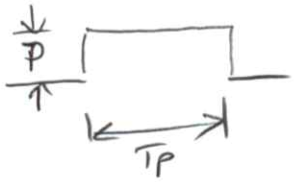
P1 Domanda (a)

Segnale



$T_p = 1\,\mu s$

Rumore $S_n^{1/2} = 100\,nV/\sqrt{Hz}$ unilatera
limitato da polo $f_L = 80\,MHz$; $T_L = \frac{1}{2\pi f_L} = 2\,ns$

- **Senza filtraggio**

rumore $\sqrt{\overline{n_i^2}} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_L} = 1{,}12\,mV$

$P_{min} = \sqrt{\overline{n_i^2}} = 1{,}12\,mV$

- **Con filtraggio di Gated Integrator a durata T_c**

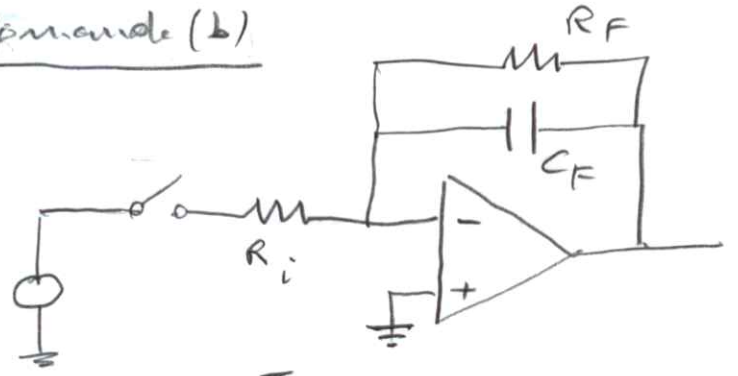
Il rumore è bianco rispetto al segnale
(banda rumore >> banda segnale;
tempo autocorrelazione << durata segnale)

GI ottimo con $T_c = T_p$

$\sqrt{\overline{n_a^2}} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{1}{2T_c}} = 70\,\mu V$

$\left(P_{min}\right)_{GI} = \sqrt{\overline{n_a^2}} = 70\,\mu V$

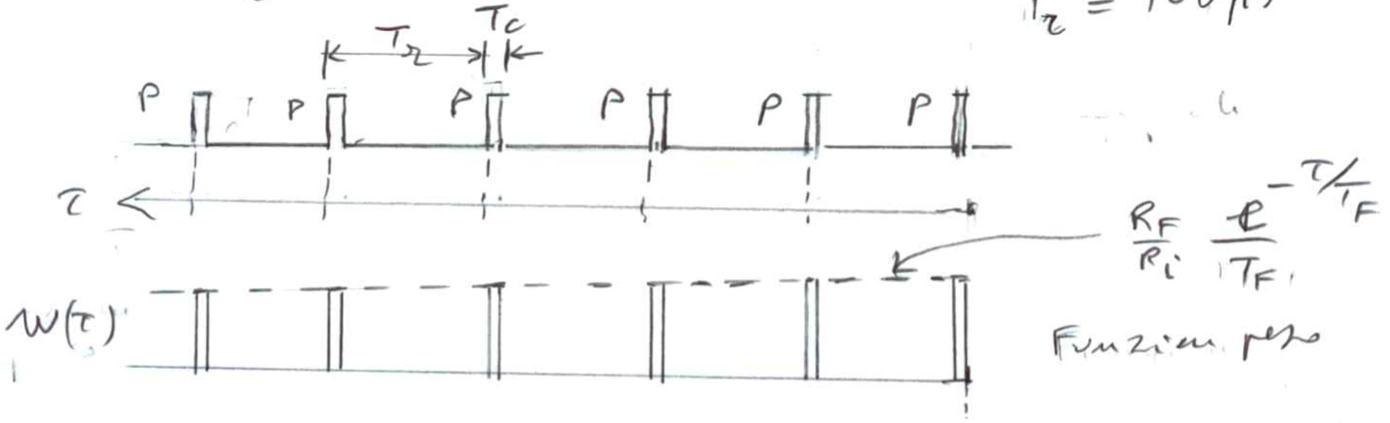
P1 Domande (b)



$T_F = R_F C_F$

$T_C = 1\,\mu s$

$T_r = 100\,\mu s$



- Il circuito
  1. Integra ogni singolo impulso
  2. esegue media pesata delle singole misure
- Per rilevare variazioni di P a intervalli $T_M = 5\,ms$ il peso deve essere trascurabile per $\tau > T_M$ quindi occorre limitare T_F, perciò scegliamo

$$T_F = \frac{T_M}{5} = 1\,ms$$

- Da un impulso al precedente il peso si riduce del fattore

$$\alpha = e^{-T_r/T_F} \simeq 1 - \frac{T_r}{T_F}$$

Perciò la media pesata porta a un aumento del segnale del fattore

$$1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots = \frac{1}{1-\alpha}$$

- Non c'è correlazione tra il rumore nella misura di un impulso e quello in un altro impulso.
Perciò la media pesata porta incremento del rumore per un fattore

$$1+\alpha^2+\alpha^4+\alpha^6+\dots = \frac{1}{1-\alpha^2}$$

- Rispetto alla misura con GI

$$\left(\frac{S}{N}\right)_m = \left(\frac{S}{N}\right)_{GI} \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{1-\alpha} = \left(\frac{S}{N}\right)_{GI} \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} =$$

$$\simeq \left(\frac{S}{N}\right)_{GI} \sqrt{\frac{2}{1-\alpha}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{GI} \sqrt{2\frac{T_F}{T_2}}$$

L'azione di media pesata porta quindi a un miglioramento del S/N di un fattore

$$\sqrt{\frac{2T_F}{T_2}} = 4,5$$

e quindi a un corrispondente miglioramento dell'ampiezza minima

$$\left(P_{min}\right)_m = \frac{\left(P_{min}\right)_{GI}}{\sqrt{\frac{2T_F}{T_2}}} = 15,6\,\mu V$$

11/09/2009

P1 domanda (c)

Occorre regolare il guadagno in continua G del filtro fissando $G=1$. Infatti

1 - l'uscita è praticamente continua

2 - l'uscita è uguale a quella che si ha con all'ingresso una continua di ampiezza P

Occorre completare il dimensionamento fissando altri parametri, oltre a $T_F = 1$ ms.

Dato che la funzione peso è la parte della esponenziale contenuta negli intervalli T_C,

$$G = \text{area di } w(\tau) = \frac{R_F}{R_i}\frac{T_C}{T_R}$$

$$G = 1 \longrightarrow \frac{R_F}{R_i} = \frac{T_R}{T_C} = 100$$

Abbiamo 3 parametri da fissare:

$$C_F \, , \, R_F \, , \, R_i$$

con 2 condizioni

$$T_F = R_F C_F = 1 \text{ ms}$$

$$\frac{R_F}{R_i} = 100$$

P. es. scegliamo $C_F = 10\,nF$

e ricaviamo $R_F = 100\,K\Omega$

$R_i = 1\,K\Omega$

P 1 domanda (d)

Rumore $S_n^{1/2} = 100\,nV/\sqrt{Hz}$ unilatera

limitato da polo $f_B = 16\,KHz$; $T_B = \frac{1}{2\pi f_B} = 10\,\mu s$

- Senza filtraggio

rumore $\sqrt{\overline{n_i^2}} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_B} = 15,8\,\mu V$

- Con filtraggio di GI a durata $T_c = 1\,\mu s$

– Il GI ha banda di filtraggio del rumore

$$f_{Gn} = \frac{1}{2T} = 500\,KHz$$

quindi $f_{Gn} >> f_n = \frac{\pi}{2} f_B = 25\,KHz$

ovvero

Il GI ha tempo di autocorrelazione del filtraggio

$$T_{Gn} = T_c = 1\,\mu s$$

quindi
$$T_{Gn} << T_B = 10\,\mu s$$

Si può calcolare con precisione $\overline{n_G^2}$

$$\overline{n_G^2} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{nn}(\tau) K_{ww}(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} S_n(f) |W(f)|^2 df$$

ma dai dati quantitativi visti si deduce che con buona approssimazione (entro pochi %)

$$\overline{n_G^2} \simeq \overline{n_i^2}$$

Cioè il GI praticamente non migliora il $\frac{S}{N}$ in questo caso !!

- Media esponenziale delle misure con il filtro visto in (b)

L'intervallo tra due misure è di 100 μs e il tempo di autocorrelazione del rumore è $T_B = 10\ \mu s$ – Quindi le varie misure hanno ancora rumore incorrelato tra l'una e l'altra – Pertanto rimane valido il calcolo del miglioramento del $\left(\frac{S}{N}\right)$ effettuato al punto (b)

$$\sqrt{\frac{2T_F}{T_2}} = 4{,}5$$

L'ampiezza minima misurabile è quindi in questo caso

$$(P_{min})_m = \frac{(P_{min})_{G1}}{\sqrt{\frac{2T_F}{T_2}}} = \frac{\sqrt{\overline{n_i^2}}}{\sqrt{\frac{2T_F}{T_2}}} = 3{,}5\ \mu V$$

- La domanda (c) non riguarda il rumore, ma solo il segnale, che non è cambiato, quindi per essa non cambia nulla