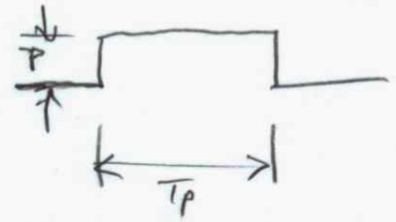
P1 (Domanda a)

- Segnale



$T_p = 2\,\mu s$

- Rumore $S_n^{1/2} = 50\,nV/\sqrt{Hz}$ unil.

banda larga limitata da polo $f_L = 40\,MHz$; $T_n = \frac{1}{2\pi f_L} = 4\,ns$

- Filtro operante come Gated integrator GI

1 – S_1 si chiude sincronizzato al segnale per $T_G \le T_P$
S_2 rimane aperto (integrazione)

2 – lettura dell'uscita (dopo la integrazione)

3 – S_2 si chiude per un breve intervallo in modo da azzerare (dopo la lettura)

Per integrare occorre $T_F = R_F C_F >> T_G$

Fissiamo $T_F = 1\,ms$.

Rumore bianco $T_n << T_G$; filtraggio ottimizzato con $T_G = T_P$

Rumore filtrato riportato all'ingresso

$$\sqrt{\overline{n_G^2}} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{1}{2T_G}} = 25\,\mu V$$

$$P_{min} = \sqrt{\overline{n_G^2}} = 25\,\mu V$$

- Senza filtraggio invece

$$\sqrt{\overline{n_i^2}} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_L} = S_n^{1/2} \sqrt{\frac{1}{4T_n}} = 395\,\mu V$$

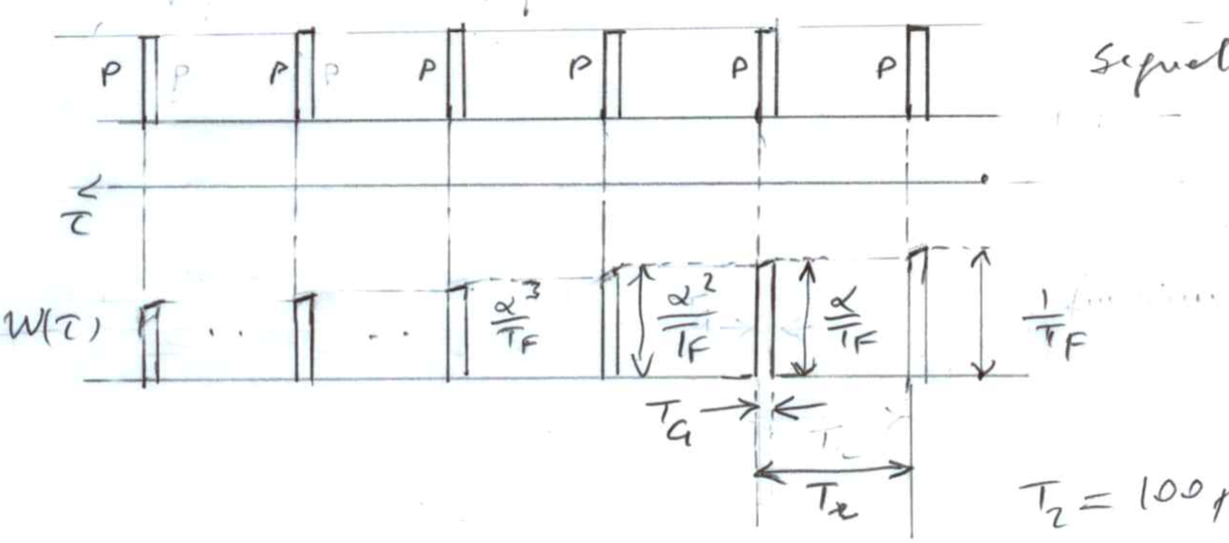
GI migliora di un fattore

$$\sqrt{\frac{\overline{n_i^2}}{\overline{n_G^2}}} = \sqrt{\frac{T_G}{2T_n}} = 15,8$$

P1 domanda b)

Filtro operante come boxcar

- S_2 è sempre aperto, non viene azionato
- S_1 chiude per T_G sincronizzato a ogni impulso



$T_R = 100\,\mu s$

Il filtro

1 - integra ogni impulso

2 - esegue media pesata dei singoli campioni

Da un impulso al precedente il peso si riduce del fattore $\alpha = e^{-T_G/T_F}$ non dipendente da T_R

α va scelto per mediare su molti campioni, ma compatibilmente con il rilevamento ogni T_S richiesto. Perciò nella lettura in uscita all'istante t, devono avere peso trascurabile i campioni arrivati prima di $t - T_S$. Detto N il numero di impulsi in T_S

$$N = f_R T_S = \frac{T_S}{T_R} = 100$$

occorre che sia

$$\alpha^N = e^{-NT_G/T_F} < \frac{1}{100}$$

perciò fissiamo

$$NT_G/T_F = 5$$

e quindi fissiamo $T_F = 40\,\mu s$

per cui

$$\alpha = e^{-T_G/T_F} \simeq 1 - \frac{T_G}{T_F} = 0,95$$

- Nella media pesata il segnale aumenta del fattore

$$1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\dots = \frac{1}{1-\alpha}$$

- Essendo il rumore non correlato tra un campione e l'altro, il rumore quadratico medio aumenta del fattore

$$1+\alpha^2+\alpha^4+\alpha^6+\dots = \frac{1}{1-\alpha^2}$$

- Rispetto alla misura con G1

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{BI} = \left(\frac{S}{N}\right)_{G1}\sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \simeq \left(\frac{S}{N}\right)_{G1}\sqrt{\frac{2}{1-\alpha}} =$$

$$\simeq \left(\frac{S}{N}\right)_{G1}\sqrt{2\frac{T_F}{T_G}} = 6$$

si migliora di un fattore

$$\sqrt{\frac{2T_F}{T_G}} = 6,3$$

Quindi

$$(P_{min})_{B1} = \frac{(P_{min})_{G1}}{\sqrt{\frac{2T_F}{T_G}}} = 3,9\ \mu V$$

P1 domanda c

- Con un dato dimensionamento del Boxcar Integrator (cioè fissati T_G e T_F) l'uscita del filtro NON dipende da T_Z –
- Si può però cambiare il dimensionamento di T_F, perché è cambiato il numero di impulsi in T_S

$$N' = f_2' T_S = \frac{T_S}{T_2'} = 1000$$

e quindi si può ora scegliere

$$T_F' = N' \frac{T_G}{T_F} = 400\,\mu s$$

e quindi

$$\alpha' = e^{-T_G/T_F'} \simeq 1 - \frac{T_G}{T_F'} = 0{,}995$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{B1} = \left(\frac{S}{N}\right)_{G1} \sqrt{\frac{2}{1-\alpha'}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{G1} \sqrt{\frac{2T_F'}{T_G}}$$

con un miglioramento del fattore

$$\sqrt{\frac{2T_F'}{T_G}} = 20$$

quindi

$$\left(P'_{min}\right)_{B1} = \frac{(P_{min})_{G1}}{\sqrt{\frac{2T_F'}{T_G}}} = 1{,}24\,\mu V$$

P1 domande d)

1) Azione del Gated integrator

Il rumore ha

- banda limitata da polo $f_B = 160\,kHz$, paragonabile alla banda di filtraggio GI
- Tempo di correlazione $T_B = 1\,\mu s$, paragonabile a quello del filtraggio.

Il suo valore senza filtraggio risulta minore

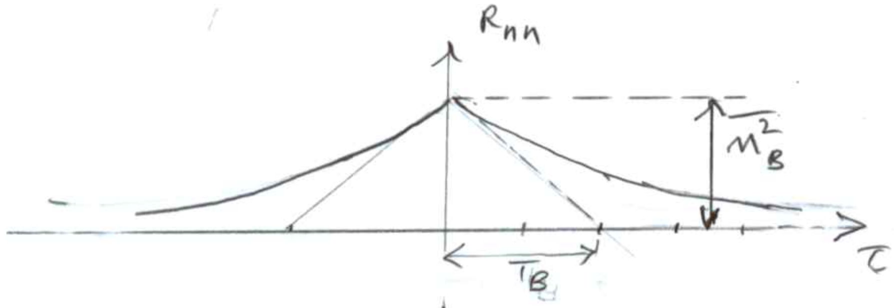
$$\sqrt{\overline{n_B^2}} = S_n^{1/2}\sqrt{\frac{\pi}{2} f_B} = S_n^{1/2}\sqrt{\frac{1}{4T_B}} = 25\,\mu V$$

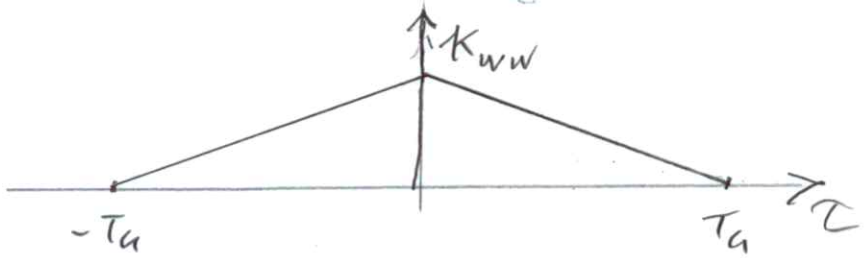
ma NON è più trattabile come bianco nel calcolo dell'effetto del GI

$$R_{nn}(\tau) = \overline{n_B^2}\, e^{-|\tau|/T_B}$$

$$K_{ww} = \frac{1}{T_G}\left(1 - \frac{\tau}{T_G}\right)$$

(GI normalizzato in modo da considerare il rumore riportato all'ingresso)





$$\overline{n_{GI}^2} = 2\int_0^{\infty} R_{nn}(\tau)\, K_{ww}(\tau)\, d\tau$$

$$\overline{n^2_{G1}} = \frac{2\,\overline{n^2_B}\,T_B}{T_G}\int_0^{T_G}\left(1-\frac{t}{T_G}\right)e^{-t/T_B}\,\frac{dt}{T_B}$$

integrando per parti

$$\overline{n^2_{G1}} = \frac{2\,\overline{n^2_B}\,T_B}{T_G}\left[1-\frac{T_B}{T_G}\left(1-e^{-T_G/T_B}\right)\right]$$

$$= \frac{S_n}{2T_G}\left[1-\frac{T_B}{T_G}\left(1-e^{-T_G/T_B}\right)\right]$$

con $T_G = 2\,\mu s$ e $T_B = 1\,\mu s$ risulta

$$\sqrt{\overline{n^2_{G1}}} = \sqrt{\overline{n^2_B}}\cdot 0{,}75 = 18{,}8\ \mu V$$

2) Azione di media di campioni effettuata dal Boxcar

Il tempo di autocorrelazione del rumore $T_B = 1\,\mu s$ è nei casi considerati molto minore dell'intervallo tra i campioni. Pertanto rimangono validi le valutazioni del fattore di miglioramento dovuto alle medie esponenziali effettuate in (b) e (c) considerando incorrelato il rumore dei vari campioni.