08/09/2010

Quadro dei dati

- Segnale esponenziale

  $T_P = 20\ \mu s$ costante di tempo

  $T_R = 20\ ms$ intervallo da un impulso al successivo

- Rumore

  $S_v^{1/2} = 40\ nV\ Hz^{-1/2}$ bianco fino a 100 MHz

  $f_c = 50\ KHz$ della componente $1/f$

- Disturbo interferente sinusoidale

  $f_D = 50\ KHz$ frequenza

  $A_D = 200\ \mu V$ ampiezza

a) • filtraggio ottimo con rumore bianco:
(f. peso con forma eguale al segnale)

$$w_{op}(\tau) = 1(\tau)\,\frac{1}{T_p}\,e^{-\tau/T_p} \longleftrightarrow W_{op}(\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_p}$$

dà in uscita segnale

$$s_{op} = \int_0^\infty s_i\, w_{op}\, d\tau = \int_0^\infty A_p\, e^{-\tau/T_p}\,\frac{1}{T_p}\, e^{-\tau/T_p}\, d\tau = \frac{A_p}{2}$$

e rumore

$$\overline{n^2_{op}} = K_{ww}(0)\, S_v = S_v \int_0^\infty |W(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{1}{4T_p} S_v$$

per cui

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{op} = \frac{A_p/2}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{4T_p}}}$$

$$A_{pm\,op} = S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}} = 8{,}9\ \mu V$$

b) Filtraggio con semplici filtri approssimanti l'ottimo

• Filtraggio con passabasso RC a 1 polo

$$H_B(\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_F} = W_B(-\omega) \qquad T_F = RC$$

Si può vedere che la scelta migliore è $T_F = T_p$ esaminando come variano con T_F
il rumore in uscita $S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{4T_F}}$
e il picco del segnale in uscita (il calcolo preciso è un po' laborioso, ma bastano calcoli approssimati per vedere che $T_F \simeq T_p$)
Più semplice e diretto è notare che
si ha $|W_B(\omega)| = |W_{op}(\omega)|$ con $T_F = T_p$

Con $T_F = T_p$ il segnale di uscita del filtro è

$$y_B(t) = A_p \frac{t}{T_p} e^{-t/T_p}$$

che ha ampiezza di picco a $t = T_p$

$$S_L = \frac{A_p}{e}$$

e il rumore di uscita

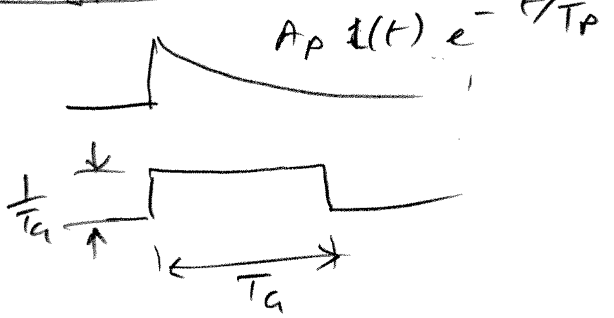
$$\sqrt{\overline{n_L^2}} = S_v^{1/2} \sqrt{\frac{1}{4T_p}}$$

per cui

$$\left(\frac{S}{N}\right)_L = \frac{\frac{A_p}{e}}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{4T_p}}}$$

$$A_{pL\,min} = \frac{e}{2} S_v^{1/2} \sqrt{\frac{1}{T_p}} = 1,36\ A_{p\,min\,op} = 12,2\ \mu V$$

- Filtraggio con gated integrator GI



in uscita dal GI si ha segnale

$$S_G = \int_0^{T_G} \frac{A_p}{T_G} e^{-T_p} dt = A_p \frac{T_p}{T_G}\left(1 - e^{-T_G/T_p}\right)$$

e rumore

$$\sqrt{\overline{n_G^2}} = S_v^{1/2} \sqrt{\frac{1}{2T_G}}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \frac{A_p}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}}} \sqrt{2}\ \frac{\left(1 - e^{-T_G/T_p}\right)}{\sqrt{\frac{T_G}{T_p}}}$$

Per trovare il valore T_G che massimizza S/N,

posto $x = \frac{T_G}{T_p}$ cerchiamo il max della funzione

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{\sqrt{x}}$$

Numericamente si trova che

- il massimo si ha con $x \simeq 1{,}25$: $f_{max} = 0{,}638$
- $f(x)$ scende poco ($\leq 1\%$) dal massimo in un ampio intervallo $1 < x < 1{,}6$

Con $T_G = 1{,}25\, T_p = 25\,\mu s$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{Gm} = \frac{A_p}{S_V^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}}} \cdot 0{,}9$$

$$A_{pGm} = 1{,}1\, S_V^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}} = 1{,}1\, A_{p\,min\,op} = 9{,}8\,\mu V$$

c) Filtraggio in presenza di rumore 1/f

Con azzeramento della linea di base ogni $\simeq 1000\,s$ si introduce un filtraggio passa-alto con taglio $f_i \simeq 10^{-3}\,Hz$, che si aggiunge al filtraggio passa-basso (RC integratore o GI) con taglio f_s

$$\overline{n_T^2} \approx \int_{f_i}^{f_s} \left(S_V + S_V \cdot f_c \frac{1}{f}\right) df \simeq$$

$$\simeq S_V f_s \left[1 + \frac{f_c}{f_s} \ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)\right] =$$

Con il solo rumore bianco si avrebbe rumore

$$\sqrt{\overline{n_B^2}} = \sqrt{S_v f_s}$$

ma con rumore $1/f$ si ha un peggioramento

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2}}\sqrt{1+\frac{f_c}{f_s}\ln\left(\frac{f_s}{f_i'}\right)}$$

cioè

- con RC passabasso: $f_s = \frac{1}{4T_p} = 12{,}5\ \text{KHz}$

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2}}\sqrt{1+37{,}7} = 6{,}3\sqrt{\overline{n_B^2}}$$

- con GI e $T_G = T_p$: $f_s = \frac{1}{2T_p} = 25\ \text{KHz}$

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2}}\sqrt{1+20{,}3} = 4{,}7\sqrt{\overline{n_B^2}}$$

Per migliorare occorre rendere più efficace il filtraggio passa-alto, cioè avere un taglio f_i più alto. Gli impulsi sono separati da intervalli $T_R = 20\,\text{ms}$ molto maggiori della loro durata $\sim 5T_p = 100\,\mu\text{s}$. Si può usare un filtro differenziatore CR con costante $T_H \gg T_p$ senza avere interferenza tra un impulso e il successivo. Ad esempio usando $T_H = 20\,T_p = 400\,\mu\text{s}$

$$f_i = \frac{1}{2\pi T_H} \simeq 400\ \text{Hz}$$

ottenendo con RC passabasso

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2}}\sqrt{1+13{,}8} = 3{,}9\sqrt{\overline{n_B^2}}$$

e con GI

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2}}\sqrt{1+8{,}27} = 3{,}2\sqrt{\overline{n_B^2}}$$

Si può migliorare ancora fi usando schemi di filtraggio più complessi, ma ciò non viene richiesto in questo tema

d) Riduzione della interferenza elettromagnetica

- filtraggio con passabasso RC a 1 polo

Per ridurre l'effetto della interferenza occorrerebbe spostare il polo del filtro a frequenza più bassa, p. es. per ridurla di un fattore 10 occorre spostare il polo a $f_F = \frac{f_D}{10} = 5\,KHz$.

Ciò però corrisponde a $T_F = \frac{1}{2\pi f_F} \simeq 31{,}8\,\mu s$ che è assai diversa da T_P e perciò comporta un peggioramento notevole del filtraggio del rumore bianco.

Non è utile modificare il filtro passabasso, per ridurre l'interferenza occorre aggiungere un apposito filtro arresta-banda ("notch filter") centrato sulle frequenze interferenti.

- filtraggio con gated integrator

Il GI ha funzione peso che si annulla a frequenze multiple di $\frac{1}{T_G}$. Abbiamo visto in (b) che è ottimizzato con $T_G = 1{,}25\,T_P$, ma che varia poco il S/N variando T_G nell'intervallo

$$20\,\mu s = T_P < T_G < 1{,}5\,T_P = 30\,\mu s$$

Per ridurre l'interferenza si può usare

$$\frac{1}{T_G} = f_D = 50 KHz$$

$$T_G = 20 \mu s$$

cioè $T_G = T_P$, che rientra nell'intervallo sopra detto.
Verifichiamo, riprendendo quanto visto in (b).

Con $x = \frac{T_G}{T_P} = 1$ si ha $g(x) = 0,632$
(vicino dell'ottimo $0,638$) e quindi

$$\frac{S}{N} = \frac{A_p}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}}} \quad 0,893$$

$$A'_{pGm} = 1,12 \; S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{T_p}} = 1,12 \, A_{pm\,op} \simeq 10 \mu V$$

Quindi usando G1 si può ridurre bene l'interferenza modificando T_G senza danneggiare sensibilmente il S/N del filtraggio del rumore bianco