23/09/2010

P1/0

Quadro dei dati

Segnale triangolare (a triangolo rettangolo)

$T_p = 10\,\mu s$ durata

$A$ = ampiezza di picco

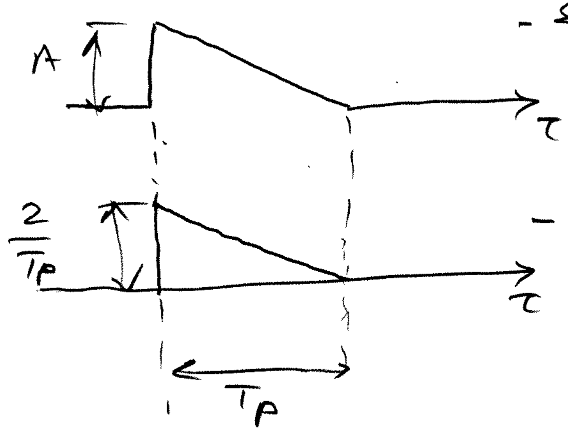
$T_R = 1\,ms$ intervallo da un impulso al successivo

Rumore

$S_v^{1/2} = 20\,nV/\sqrt{Hz}$ bianco fino a 100 MHz

trascurabile componente $1/f$

(a) filtraggio ottimo (con rumore bianco)




- segnale $s_i = A\left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)$

area $s_i = \frac{A T_p}{2}$

- peso ottimo $w = \frac{2}{T_p}\left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)$

area $w = 1$

- Segnale in uscita dal filtro

$$s_u = \int_0^{T_p} s_i w \, d\tau = 2A \int_0^{T_p} \left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)^2 \frac{d\tau}{T_p} =$$

$$= \frac{2}{3} A$$

- Rumore in uscita

$$\overline{n_o^2} = S_{vb} K_{ww}(0) = \frac{S_v}{2} K_{ww}(0)$$

bilat. unilat.

con $$K_{ww}(0) = \int_0^{T_p} w^2 dt = \frac{4}{T_p} \int_0^{T_p} \left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)^2 \frac{d\tau}{T_p} =$$

$$= \frac{4}{3} \frac{1}{T_p}$$

$$\overline{n_o^2} = \frac{S_v}{2} K_{ww}(0) = S_v \frac{2}{3} \frac{1}{T_p}$$

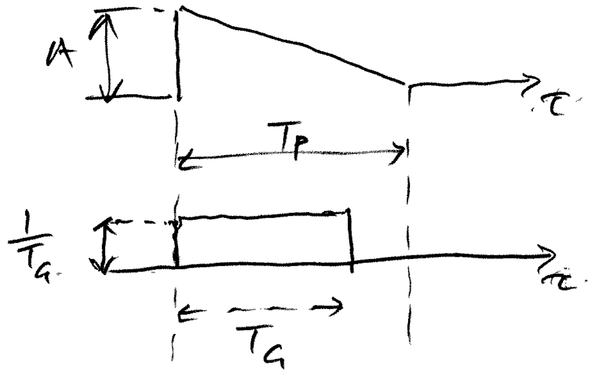
$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{s_u}{\sqrt{\overline{n_o^2}}} = \frac{A}{S_v^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}\frac{1}{T_p}}}$$

$$A_{min} = S_v^{1/2} \sqrt{\frac{3}{2}\frac{1}{T_p}} = 7{,}7 \, \mu V$$

23/09/2010

P1/2

## (b) filtraggio con GI




segnale $s_i = A\left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)$

area $s_i = \frac{A\,T_p}{2}$

peso GI $w_G = \frac{1}{T_G}\,\mathrm{rect}(0, T_G)$

area $w_G = 1$

<u>Posizione</u> del gate $T_G$ rispetto al segnale: va scelta in modo da raccogliere con la migliore efficienza il segnale.

In questo caso il segnale ha il massimo al suo inizio, quindi il gate $T_G$ deve <u>iniziare quando inizia il segnale</u>

<u>Durata</u> del gate $T_G$: va scelta in modo da massimizzare S/N tenendo conto della <u>dipendenza da $T_G$ di segnale e rumore</u>.

- Ampiezza del segnale in uscita dal GI

$$s_{uG} = \int_0^{T_G} s_i w_G \, d\tau = A \int_0^{T_G} \left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)\frac{1}{T_G}\, d\tau =$$

$$= A\,\frac{T_p}{T_G} \int_0^{T_G} \left(1-\frac{\tau}{T_p}\right)\frac{d\tau}{T_p} =$$

$$= A\left(1-\frac{T_G}{2T_p}\right)$$

23/09/2010



Rumore in uscita da G1

$$\overline{n_a^2} = S_v^{1/2} \sqrt{\frac{1}{2T_a}}$$

bilatera

banda di rumore di G1

$$\left(\frac{S}{N}\right)_a = \frac{s_{ua}}{\sqrt{\overline{n_a^2}}} = \frac{A\left(1-\frac{T_a}{2T_p}\right)}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{2T_a}}}$$

$$= \frac{A}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{2T_p}}}\left(1-\frac{T_a}{2T_p}\right)\sqrt{\frac{T_a}{T_p}}$$

posto $x = \frac{T_a}{T_p}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_a = \frac{A}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{2T_p}}}\left(1-\frac{x}{2}\right)\sqrt{x}$$

Cerchiamo il max di

$$f(x) = \left(1-\frac{x}{2}\right)\sqrt{x}$$

si ricava facilmente che $\frac{df}{dx} = 0$ per $x = \frac{T_a}{T_p} = \frac{2}{3}$
e che si tratta del massimo di $f(x)$.

Con $\frac{T_a}{T_p} = \frac{2}{3}$ (cioè con $T_a = 6{,}66\,\mu s$)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_a = \frac{A}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{1}{2T_p}}}\,\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} =$$

$$= \underbrace{\frac{A}{S_v^{1/2}\sqrt{\frac{3}{2}\frac{1}{T_p}}}}_{\left(\frac{S}{N}\right)_0 \text{ del filtro ottimo}}\;\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

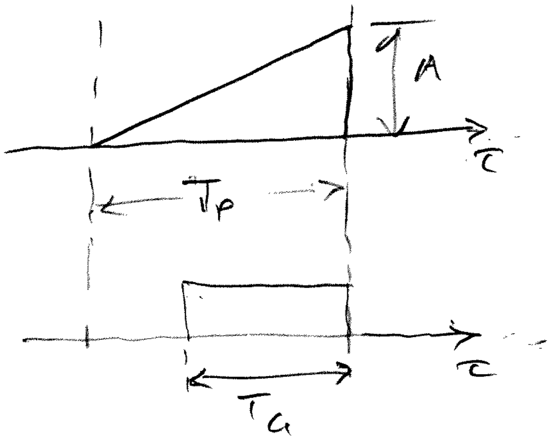
$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \left(\frac{S}{N}\right)_0 \frac{2\sqrt{2}}{3} = \left(\frac{S}{N}\right)_0 0{,}94 =$$

$$= \left(\frac{S}{N}\right)_0 \frac{1}{1{,}06}$$

Pertanto

$$A_{mG} = 1{,}06\, A_{m0} = 8{,}16\ \mu V$$

(c) Filtraggio con GI dell'impulso ribaltato




segnale $s_i = A \frac{\tau}{T_p}$

area $S_i = \frac{A T_p}{2}$

peso G $w'_G = \frac{1}{T_G} \mathrm{ret}(T_p - T_G, T_p)$

Posizione del gate rispetto al segnale:
in questo caso il segnale ha il massimo al suo termine, quindi il gate deve terminare quando termina il segnale

Durata del gate: va scelta in modo da massimizzare il S/N.

La situazione è totalmente simmetrica rispetto a quella in (b): I calcoli sono gli stessi visti in (b) danno gli stessi risultati per il valore di $T_G$, per lo $\left(\frac{S}{N}\right)$ ottenuto e per l'ampiezza minima $A_{mG}$

23/09/2010



(d) Filtraggio con boxcar rivolto da GI

- Un boxcar dimensionato con costante di tempo $T_F \gg T_G$ agisce anzitutto sui singoli impulsi come un GI migliorando il $\left(\frac{S}{N}\right)$.

Inoltre esegue una media esponenziale degli impulsi in successione, con attenuazione del peso da un impulso al precedente per un fattore

$$\alpha = e^{-T_G/T_F}$$

- Occorre che la media non si estenda per più di 1 secondo (per evitare di mediare su impulsi con ampiezze diverse).

In 1 secondo si ha un numero di impulsi

$$N = \frac{1}{T_R} = 1000$$

Occorre scegliere $T_F$ in modo che

$$\alpha^N < 10^{-2}$$

cioè

$$e^{-N T_G/T_F} < 10^{-2}$$

$$N\frac{T_G}{T_F} > \ln 100 = 4,6$$

$$T_F < \frac{N T_G}{4,6} = 217\, T_G$$

$$T_F < 1,45\ \mu s$$

Scegliamo p.es. $T_F = 200\, T_G$

NB: essendo $T_F >> T_G$ si conferma che sul singolo impulso il boxcar dà un filtraggio eguale a quello di un GI -

- La media esponenziale con ragione

$$\alpha = e^{-T_G/T_F} \simeq 1 - \frac{T_G}{T_F}$$

produce un segnale aumentato del fattore

$$\frac{1}{1-\alpha} \simeq \frac{T_F}{T_G}$$

e un $(\text{rumore})^2$ aumentato (media di valori incorrelati) del fattore

$$\frac{1}{1-\alpha^2} \simeq \frac{T_F}{2T_G}$$

- Pertanto il $\left(\frac{S}{N}\right)_B$ ottenuto dal boxcar è migliore di quello dato dal GI per un fattore

$$\sqrt{\frac{\frac{1}{1-\alpha}}{\frac{1}{1-\alpha^2}}} = \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \simeq \sqrt{\frac{2T_F}{T_G}} = 20$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_B \doteq 20 \left(\frac{S}{N}\right)_G$$

e quindi

$$A_{mB} = \frac{1}{20} A_{mG} = 0{,}4\ \mu V$$

Si può notare che

$$A_{mB} = \frac{1}{20} A_{mC} = \frac{1,06}{20} A_{m0} =$$

$$= \frac{1}{18,8} A_{m0}$$

cioè è migliore di quello ottenuto con il filtro ottimo visto in (a). Non c'è contraddizione perché questo è l'ottimo per misure fatte su un singolo impulso. Con il boxcar la misura sfrutta la ridondanza di informazione portata dai vari impulsi in sequenza, eseguendone una media pesata. È logico e intuitivo che sfruttando più informazione di quella portata da un singolo impulso il risultato migliora.