21/06/2010 | P1

QUADRO DEI DATI

$C_s = 400\ pF$

$A_q = 10\ pC/N$

$S_v^{1/2} = 12\ nV/\sqrt{Hz}$

$S_i^{1/2} = 0,01\ pA/\sqrt{Hz}$

$f_c = 100\ Hz$

$f_{pa} = 20\ MHz$

$T_A = 10\ ms$

a) <u>Filtraggio ottimo</u>

– Forza applicata

– Segnale sul sensore

$$v_S = \frac{Q}{C_S} 1(t)$$

– Rumore

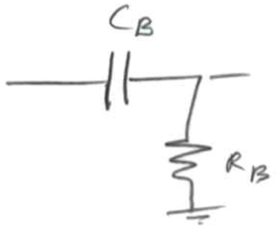
$$S_S = S_V + \frac{S_i}{\omega^2 C^2}$$

$$T_{nc} = \frac{S_v^{1/2} C_s}{S_i^{1/2}} = 480\,\mu s$$

$$f_{nc} = \frac{1}{2\pi T_{nc}} = 332\,Hz$$

Filtro sbiancante

$$H_B = \frac{j\omega T_{nc}}{1 + j\omega T_{nc}}$$



$$C_B R_B = T_{nc}$$

- In uscita del filtro sbiancante

segnale $v_B = 1(t) \frac{Q}{C_S} e^{-t/T_{nc}}$

rumore $S_B = S_V$

- Filtro adattato (matched filter)

$$w_M(\tau) = \frac{1}{T_{nc}} e^{-\tau/T_{nc}} \propto v_B(\tau)$$

In uscita del filtro adattato

$$V_M = \int_{-\infty}^{\infty} v_B(\tau) w_M(\tau) d\tau =$$

$$= \frac{Q}{C_S} \frac{1}{T_{nc}} \int_0^{\infty} e^{-2\tau/T_{nc}} d\tau = \frac{Q}{2C_S}$$

Rumore

$$\sqrt{\overline{v^2_{n\,opt}}} = \frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{4T_{nc}}} = 0{,}27\,\mu V$$

$$V_{M,min} = \frac{Q_{m,opt}}{2 C_S} = \sqrt{\overline{v^2_{n\,opt}}}$$

$$Q_{m,opt} = 2 C_S \sqrt{\overline{v^2_{n\,opt}}} = 2{,}16 \cdot 10^{-16}\ C$$

$$= 2{,}16 \cdot 10^{-4}\ pC$$

e quindi

$$F_{m,opt} = \frac{Q_{m,opt}}{A_q} = 21{,}6\ \mu N$$

(in termini di forza peso $\simeq 2{,}2\ \mu g f$)

b) <u>Approssimazione del filtraggio ottimo con filtro a parametri costanti</u>

- Esaminando la f. peso del filtro ottimo (in tempo e/o in frequenza) si vede che si può approssimare con un filtro passabasso
- Utilizziamo un passabasso a 1 polo semplice

$$H = \frac{1}{1 + j\omega T_F}$$

$$h(t) = \frac{1}{T_F} e^{-t/T_F} \longrightarrow w_F(\tau) = \frac{1}{T_F} e^{\tau/T_F} 1(-\tau)$$

Il segnale in uscita è dato dalla convoluzione

$$u(t) = \frac{Q}{C_S} e^{-t/T_{nc}} * \frac{1}{T_F} e^{-t/T_F}$$

e il rumore è

$$\sqrt{\overline{v_n^2}} = \frac{S_v^{1/2}}{\sqrt{4 T_F}}$$

- Scegliamo T_F considerando gli effetti su segnale e rumore

• $T_F \ll \tau_{nc}$ NON va bene, il rumore è elevato

$$\sqrt{\frac{\overline{v_n^2}}{\overline{v^2_{n\,opt}}}} = \sqrt{\frac{\tau_{nc}}{T_F}} \gg 1$$

anche se il picco del segnale è $\approx \frac{Q}{C_s} > \frac{Q}{2C_s}$

• $T_F \gg \tau_{nc}$ NON va bene, il rumore è ridotto

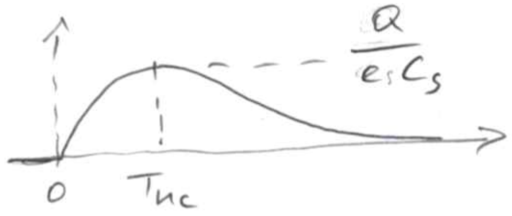
$$\sqrt{\frac{\overline{v_n^2}}{\overline{v^2_{n\,opt}}}} = \sqrt{\frac{\tau_{nc}}{T_F}} \ll 1$$

ma il picco del segnale ancora più ridotto

$$\frac{Q}{C_s}\,\frac{\tau_{nc}}{T_F} \ll \frac{Q}{2C_s}$$

• Scegliamo $T_F = \tau_{nc}$

$$u(t) = \frac{Q}{C_s}\,\frac{t}{\tau_{nc}}\,e^{-t/\tau_{nc}}$$



$$\sqrt{\overline{v_n^2}} = \frac{S_v^{1/2}}{\sqrt{4\tau_{nc}}} = \sqrt{\overline{v^2_{n\,opt}}}$$

$$\max[u(t)] = u(\tau_{nc}) = \frac{Q}{e\,C_s}$$

$S/N = 1$ per

$$\frac{Q_m}{e\,C_s} = \sqrt{\overline{v_n^2}} = \sqrt{\overline{v^2_{n\,opt}}}$$

$$Q_m = e\, C_s \sqrt{\overline{v_n^2}} = e\, C_s \sqrt{\overline{v^2_{n,opt}}} = 2{,}93 \cdot 10^{-4}\, pC$$

che al confronto con l'ottimo risulta

$$Q_m = \frac{e}{2}\, Q_{m,op} = 1{,}36\, Q_{m,op}$$

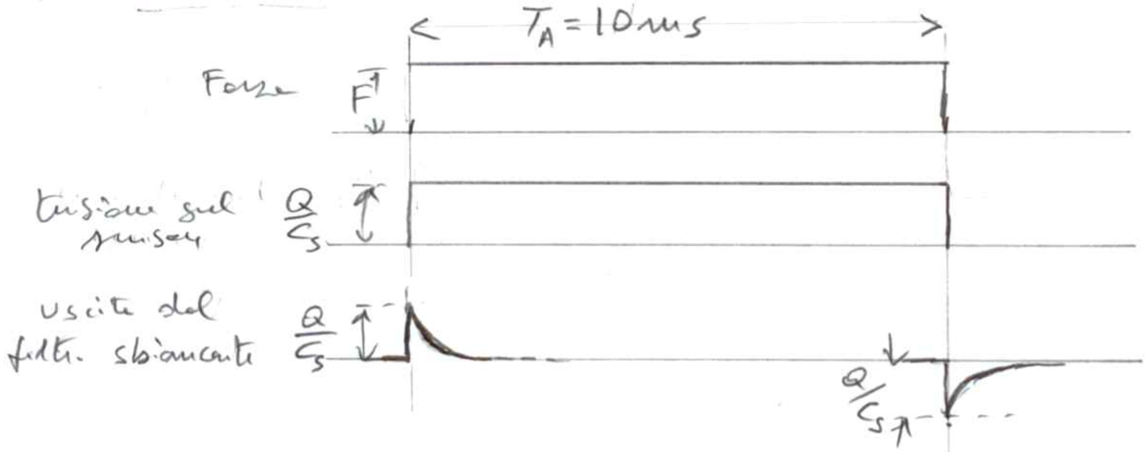
cioè peggiore del 36% -

La minima forza misurabile risulta quindi

$$F_m = 1{,}36\, F_{m,op} = 29{,}4\ \mu N$$

(ovvero un peso $2{,}94\ \mu g$)

c) Forza applicata per 10 ms e poi tolta



Il filtro sbiancante non cambia
ma il segnale di uscita ha un secondo impulso
esponenziale alla fine di T_A, con polarità negativa
La funzione $w_m(\tau)$ ha ora questa forma -
Si ottiene usando i filtri descritti in (a) e (b),
ma eseguendo dopo la misura del primo impulso (come
detto in (a) e (b)) anche una misura del
secondo impulso e sottraendo la seconda misura
dalla prima.
Notare: il rumore nelle due misure è incorrelato

- il segnale misurato raddoppia!
- il rumore (valore efficace) aumenta di $\sqrt{2}$

Quindi

$\left(\frac{S}{N}\right)$ aumenta $\times \sqrt{2}$

Q_m si riduce $\times \sqrt{2}$

F_m si riduce $\times \sqrt{2}$

(a) Filtraggio ottimo

$Q'_{m,op} = 1{,}53 \cdot 10^{-4}\, pC$

$F'_{m,op} = 15{,}3\ \mu N$

(b) Filtraggio passabasso $T_F = T_{nc}$

$Q'_m = 2{,}07 \cdot 10^{-4}\, pC$

$F'_m = 20{,}7\ \mu N$

(d) Rumore $1/f$ in corrente

$$S'_i = S_i + \frac{K}{f} = S_i + S_i f_c \frac{1}{f}$$

Esaminiamo il filtraggio che subisce il rumore di corrente stadio per stadio

- azione della capacità del sensore C_s :

filtro passabasso con polo a $\omega = 0$ produce

Spettro di corrente $\times \frac{1}{\omega^2 C_s^2}$

- <u>azione del filtro sbiancante</u>:
  - cancella con lo zero il polo a $\omega = 0$
  - inserisce il suo polo a $\omega_p = \frac{1}{T_{nc}}$ $\left(\text{con } T_{nc}^2 = \frac{S_v C_s^2}{S_i}\right)$

produce così

$$\text{Spettro di corrente} \times \frac{1}{\omega^2 C_s^2} \times \frac{\omega^2 T_{nc}^2}{1+\omega^2 T_{nc}^2}$$

Quindi la componente $1/f$ esce dal filtro sbiancante avendo subito solo un filtraggio passabasso $\frac{1}{1+\omega^2 T_{nc}^2}$ e <u>nessun filtraggio passaalto</u>

- <u>Nei casi (a) e (b)</u> abbiamo aggiunto un ulteriore filtro passabasso e nessun filtro passaalto. Quindi per limitare il contributo da $1/f$ occorre ora aggiungere un passaalto, ma con taglio $f_i << f_{nc}$ per non rovinare il filtraggio rispetto alle altre componenti di rumore. Scegliendo p. es. $f_i = f_{nc}/30 \simeq 10\,Hz$ si ha un contributo di rumore $1/f$

$$\sqrt{\overline{v^2_{n,1/f}}} = \sqrt{S_v f_c}\sqrt{\ln\left(\frac{f_{nc}}{f_i}\right)} = 120\,nV\sqrt{\ln 30} = 0{,}4\,\mu V$$

Quindi con la componente $1/f$ si arriva in totale a

$$\sqrt{0{,}4^2 + 0{,}27^2} = 0{,}6\,\mu V$$

cioè 2,22 volte maggiore di $0{,}27\,\mu V$

Nel caso (C) abbiamo già introdotto un filtraggio passa-alto con $f_i = \frac{1}{T_A} = 100\,Hz$ dato che facciamo la differenza tra due misure intervallate di T_A.

Pertanto nel caso (C) si ha come rumore:

1) Contributo delle componenti "sbiancate"

$$\sqrt{2 \frac{S_v}{4T_{hc}}} = \sqrt{2}\, \frac{S_v^{1/2}}{\sqrt{4T_{hc}}} = \sqrt{2} \cdot 0{,}27 = 0{,}38\,\mu V$$

2) Contributo delle componenti $1/f$

$$\sqrt{S_v f_c}\sqrt{\ln\left(\frac{f_c}{f_i}\right)} = 120\,nV \sqrt{\ln\left(\frac{332}{100}\right)} = 0{,}131\,\mu V$$

Quindi con le componenti $1/f$ si arriva in totale a

$$\sqrt{0{,}131^2 + 0{,}38^2} = 0{,}55\,\mu V$$

cioè il 1,44 volte maggiore di $0{,}38\,\mu V$.