QUADRO DEI DATI

21/06/2010 1 P2

PMT S.11 $\quad \eta = 2\% \quad @ \ \lambda = 620\,nm$

$$G \geq 10^6 \qquad F = 2$$

$$n_B = 2 \cdot 10^4\, el/s \longrightarrow I_B = q\, n_B = 3{,}2 \cdot 10^{-15} A$$

$$S_{i_B}^{1/2} = \sqrt{2 q I_B} = \sqrt{2 q^2 n_B} = q\sqrt{2 n_B}$$

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-19}\, 10^2 = 2{,}25 \cdot 10^{-17} A/\sqrt{Hz}$$

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-5}\, pA/\sqrt{Hz}$$

PD $\quad \eta = 50\% \quad @ \ \lambda = 620\,nm$

$$I_B = 2\,pA \qquad n_B = \frac{I_B}{q} = \frac{2}{1{,}6}\frac{10^{-12}}{10^{-19}} = 1{,}25 \cdot 10^7\, el/s$$

$$S_{i_B}^{1/2} = \sqrt{2 q I_B} =$$

$$= 7{,}1 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 = 7{,}1 \cdot 10^{-16} A/\sqrt{Hz}$$

$$= 7{,}1 \cdot 10^{-4}\, pA/\sqrt{Hz}$$

Carico $\quad R_L = 1\,K\Omega \qquad C_L = 1\,pF \qquad \tau_L = 1\,ns$

$$S_{i_L}^{1/2} = 4\,pA/\sqrt{Hz}$$

Preamplificatore $\quad S_{i_A}^{1/2} = 0{,}5\,pA/\sqrt{Hz}$

$$S_{V_A}^{1/2} = 1\,nV/\sqrt{Hz} \longrightarrow S_{iA2}^{1/2} = 1\,pA/\sqrt{Hz}$$

Rumore dei circuiti

$$S_{ie} = S_{iL} + S_{iA} + \frac{S_{VA}}{R_L^2} = (4^2 + 0{,}5^2 + 1^2)\frac{(pA)^2}{Hz}$$

$$= 4{,}15^2 (pA)^2/Hz \simeq S_{iL}$$

$$S_{ie}^{1/2} \simeq S_{iL}^{1/2} = 4\,pA/\sqrt{Hz}$$

21/06/2010 P2-1

(a) Impulsi di durata $T_{G1} = 100\,ns$

a1 - PMT a $\lambda = 620\,nm$ $\eta = 0{,}02$, $S = 0{,}01\,\frac{A}{W}$

- I_S segnale (fotocorrente al catodo)

- Rumore: componenti dipendenti da I_S

$$\sqrt{\overline{i^2_{nS}}} = \sqrt{2 q I_S \Delta f} \quad \text{con } \Delta f = \frac{1}{2 T_G}$$

con $T_G = T_p$

- Rumore: componenti NON dipendenti da I_S

• da corrente di buio $I_B = n_B q = 3{,}2 \cdot 10^{-15}\,A$

$$\sqrt{\overline{i^2_{nB}}} = \sqrt{S_{iB} \Delta f} \quad \text{con } S_B^{1/2} = \sqrt{2 q I_B} = 3{,}2 \cdot 10^{-5}\,\frac{pA}{\sqrt{Hz}}$$

• dei circuiti

$$S_{ie} = \underbrace{S_{iL}}_{\text{di } R_L} + S_{iA} + \frac{S_{iV}}{R_L^2}$$

del preamplif.

$$S_{ie} \simeq S_{iL} = (4\,pA)^2/\sqrt{Hz}$$

che riportata al catodo

$$S^{1/2}_{ie,K} = \left(\frac{S_{ie}}{G^2}\right)^{1/2} = 3{,}9 \cdot 10^{-6}\,pA/\sqrt{Hz} \ll S^{1/2}_{iB}$$

$$\sqrt{\overline{i^2_{ne}}} = \sqrt{S_{ie,K} \Delta f} =$$

Totale rumore non dipendente da I_S

$$\sqrt{\overline{i^2_{nC}}} = \sqrt{\overline{i^2_{nB}} + \overline{i^2_{ne}}} \simeq \sqrt{\overline{i^2_{nB}}}$$

$\ll \overline{i^2_{nB}}$

21/06/2010

P2 - Z

I_{sm} minima corrente rivelabile

$$I_{sm}^2 = \overline{i_{nsm}^2} + \overline{i_{nc}^2} \simeq \overline{i_{nsm}^2} + \overline{i_{nB}^2}$$

$$I_{sm}^2 = 2q\, I_{sm}\, \Delta f + \overline{i_{nB}^2}$$

- Prima valutiamo I_{sm} considerando $\overline{i_{nB}^2}$ trascurabile, poi verifichiamo se davvero $\overline{i_{nB}^2} \ll 2q\, I_{sm}$

$$I'_{sm} = 2q\Delta f = \frac{q}{T_a} = \sqrt{\overline{i_{nsm}^2}}$$

corrispondente a

$$n'_{sm} = \frac{I'_{sm}}{q} = \frac{1}{T_a} \quad el/s$$

Con $T_a = 100\,ns$

$$I'_{sm} = 1{,}6\ pA$$

$$n'_{sm} = 10^7\ el/s$$

- Verifica

$$\sqrt{\overline{i_{nB}^2}} = \sqrt{2q\, I_B\, \Delta f} = \sqrt{2q^2 n_B \Delta f}$$

essendo $n_B = 2 \cdot 10^4\ el/s \ll n_{sm}$

ok, verificato $\overline{i_{nB}^2} \ll \overline{i_{nsm}^2}$

- Potenza ottica minima rivelabile

$$S = \eta \frac{\lambda\,[\mu m]}{1{,}24} = 0{,}01\ \frac{A}{W}$$

$$P_{sm} = \frac{I'_{sm}}{S} = 160\ pW$$

21/06/2010

P2-3

a) R-PD $\lambda = 620\,nm$ $\eta = 0,5$; $S = 0,25\,\frac{A}{W}$

— Componenti di rumore NON dipendenti da I_s

- da corrente di buio I_B

  $I_B = 2\,pA$ cioè $n_B = \frac{I_B}{q} = 1,25\,10^7\ el/s$

  $S_{iB}^{1/2} = \sqrt{2qI_B} = 7,1 \cdot 10^{-4}\ pA/\sqrt{Hz}$

- dei circuiti

  S_{ie} come nel caso PMT, ma ora si confronta direttamente con la corrente di buio

  $S_{ie}^{1/2} = 4\,pA/\sqrt{Hz} \gg S_{iB}^{1/2}$

  S_{ie} equivale a un rumore shot di corrente I_e

  $S_{ie} = 2qI_e$

  $I_e = \frac{S_{ie}}{2q} = 50\,\mu A$

  $n_e = \frac{I_e}{q} = 3 \cdot 10^{14}\ el/s$

— Totale rumore non dipendente da I_s

$$\sqrt{\overline{i^2_{nc}}} = \sqrt{\overline{i^2_{nB}} + \overline{i^2_{ne}}} \simeq \sqrt{\overline{i^2_{ne}}}$$

$\ll \overline{i^2_{ne}}$

$$\sqrt{\overline{i^2_{nc}}} \simeq \sqrt{2qI_e\Delta f} \quad (\text{con } I_e = 50\,\mu A)$$

$$\sqrt{\overline{i^2_{nc}}} \gg \sqrt{2qI'_{sm}} \quad (\text{con } I'_{sm} = 1,6\,pA)$$

quindi l'approx $\overline{i^2_{nc}} \ll \overline{i^2_{nsm}}$ NON è valida

anzi, sembra opportuna l'approx opposta

21/06/2010 | P2 - 4 -

Vediamo con l'approx opposte

$$\overline{i^2_{nsm}} \ll \overline{i^2_{nc}}$$

$$I''^2_{sm} = \overline{i^2_{nsm}} + \overline{i^2_{nc}} \simeq \overline{i^2_{nc}} = S_{ie}\Delta f$$

$$I''_{sm} = \sqrt{S_{ie}\Delta f} = \frac{S_{ie}^{1/2}}{\sqrt{2T_4}} = 9\ nA$$

verifica

$$\overline{i^2_{nsm}} = \sqrt{2q\, I''_{sm}\Delta f} = 0{,}12\ nA \ll \sqrt{\overline{i^2_{nc}}}$$

ok, verificato che questa approx è valida

(come immediatamente evidente notando che $I''_{sm} \ll I_e$)

- Potenza ottica minima

$$S = \eta \frac{\lambda}{1{,}24} = 0{,}25\ \frac{A}{W}$$

$$P_{sm} = \frac{I''_{sm}}{S} = 36\ nW$$

Conclusione:

il vantaggio di PD in termini di efficienza è minore

del suo svantaggio in termini di rumore

quindi

PMT offre migliore sensibilità (minore P_m)

(b) Impulsi più lunghi: $T_G = m\, T_{G1}$

b1 - PMT

da $T_{G1} = 100\, ns$ si passa a $T_G = m\, T_{G1}$

quindi $\Delta f_1 = \frac{1}{2T_{G1}} \longrightarrow \Delta f = \frac{1}{2MT_{G1}}$

con l'approx $\overline{i^2_{nB}} << \overline{i^2_{nsm}} = 2q\, I_{sm}$

si valuta

$$I'_{sm} = 2q\,\Delta f = \frac{q}{m\,T_{G1}}$$

$$n'_{sm} = \frac{1}{m\,T_{G1}}$$

cioè miglioramento di un fattore m.

Ma riducendosi I'_{sm} si riduce anche

$$\frac{\overline{i^2_{nsm}}}{\overline{i^2_{nB}}} = \frac{I'_{sm}}{I_B} = \frac{n'_{sm}}{n_B} = \frac{1}{m\,T_{G1}\,n_B}$$

quindi l'approx è valida se

$$m\,T_{G1}\,n_B << 1$$

$$m << \frac{1}{n_B T_{G1}} = 500$$

Per m più elevato occorre considerare anche il rumore non dipendente da I_s

$$I^2_{sm} = \overline{i^2_{nsm}} + \overline{i^2_{nc}} \cong \overline{i^2_{nsm}} + \overline{i^2_{nB}} =$$

$$I^2_{sm} = 2q\, I_{sm}\,\Delta f + 2q\, I_B\,\Delta f$$

con $\Delta f = \frac{1}{2\,T_G} = \frac{1}{2\,m\,T_{G1}}$

risolvendo l'eq. in I_{sm}

$$I_{sm} = q\Delta f \left(1 + \sqrt{1 + 2\frac{I_B}{q\Delta f}}\right) =$$

$$= \frac{q}{2T_G}\left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{T_G I_B}{q}}\right) =$$

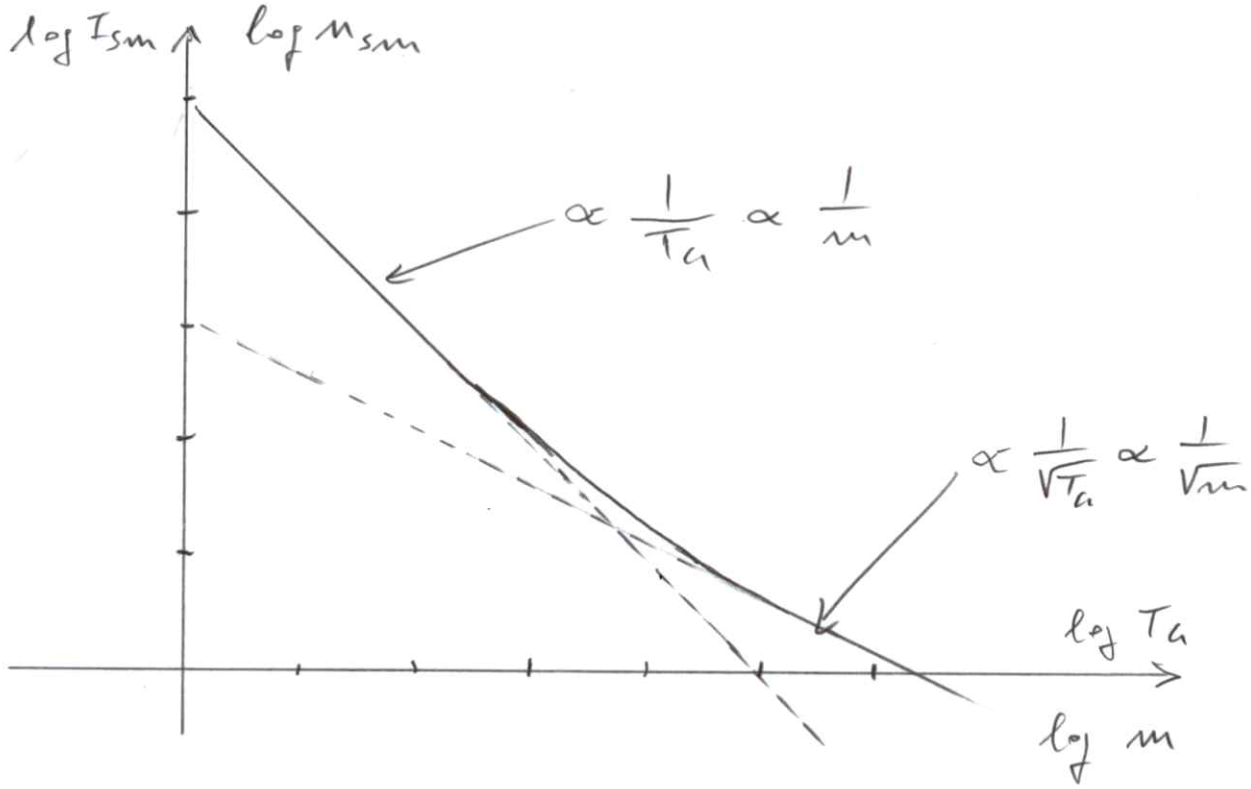
$$= \frac{q}{2T_G}\left(1 + \sqrt{1 + 4 T_G n_B}\right)$$

- Approx. per tempi brevi $T_G << \frac{1}{4n_B} = 12,5\mu s$

$$I_{sm} = \frac{q}{T_G} \propto \frac{1}{T_G} \propto \frac{1}{m}$$

- Approx per tempi lunghi $T_G >> \frac{1}{4n_B} = 12,5\mu s$

$$I_{sm} = q\sqrt{\frac{n_B}{T_G}} \propto \frac{1}{\sqrt{T_G}} \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

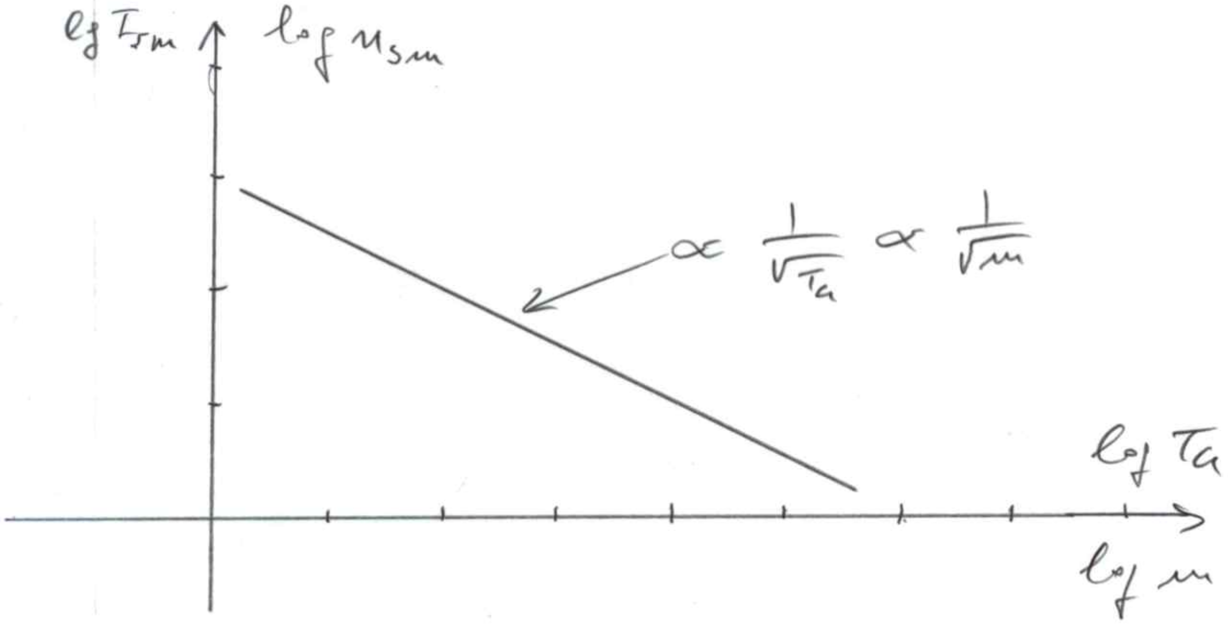


21/06/2010 P2 - 7

b2 - PD

Già con T_{G1} è trascurabile il rumore dipendente da I_S - L'approx vale a maggior ragione per $T_G > T_{G1}$

$$I_{Sn} = \sqrt{S_{ie}\,\Delta f} = \frac{S_{ie}^{1/2}}{\sqrt{2T_G}} \propto \frac{1}{\sqrt{T_G}} \propto \frac{1}{\sqrt{n}}$$



c) Impulsi di durata T_{G1} ripetitivi -
Acquisizione con media di N misure

Il rumore è incorrelato da una misura all'altra -
Il rumore quadratico della somma delle misure
è N volte quello della misura singola.
Il valore quadratico della media delle misure
quindi si riduce del fattore $\frac{1}{N}$.
Il risultato è tale e quale quello
di un gated integrator normalizzato
con durata $T_G = N\, T_{G1}$

Conclusione: valgono i risultati
ottenuti in (b) considerando $N = n$

d) PMT con fattore di eccesso di rumore F

- segnale all'anodo: $I_{SA} = G\, I_S$
- rumore di corrente di buio all'anodo

$$\overline{i^2_{nB,A}} = \overline{i^2_{nB}} \cdot G^2 \cdot F$$

Quindi il rumore dei circuiti riportato al catodo è

$$S_{ie,K} = \frac{S_{ie}}{G^2 F} < \frac{S_{ie}}{G^2} \ll S_{iB}$$

rimane trascurabile rispetto alla corrente di buio.

- La condizione segnale = rumore all'anodo è

$$G^2 I_{Sm}^2 = G^2 F\, 2q I_{Sm} \Delta f + G^2 F\, 2q I_B \Delta f$$

$$I_{Sm}^2 = 2q I_{Sm} F \Delta f + 2q I_B F \Delta f$$

$$I_{Sm} = qF\Delta f\left(1 + \sqrt{1 + 2\frac{I_B}{qF\Delta f}}\right) =$$

$$= \frac{qF}{2T_G}\left(1 + \sqrt{1 + 4 n_B \frac{T_G}{F}}\right)$$

Il tempo riferimento rispetto al quale T_G va considerato "breve" o "lungo" aumenta del fattore F

$$\frac{F}{4n_B} > \frac{1}{4n_B}$$

21/06/2010 P2 - 10

- Con $T_G << \frac{F}{4 n_B} = 25 \mu s$

$I_{sm} = F \frac{q}{T_G}$ rimane $\propto \frac{1}{T_G}$,

aumenta del fattore $F = 2$

- con $T_G >> \frac{F}{4 n_B} = 25 \mu s$

$I_{sm} = q \sqrt{\frac{n_B}{T_G} F}$ rimane $\propto \frac{1}{\sqrt{T_C}}$

aumenta del fattore $\sqrt{F} = 1{,}41$