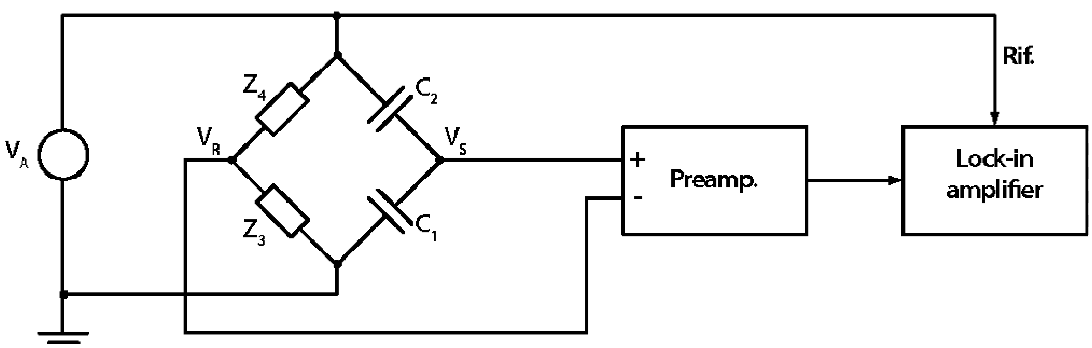
PROBLEMA 1

Quadro dei dati

Sensori capacitivi piani:

ε_o = 8,85 pF/m	costante dielettrica (aria)
A= 5 cm^2	area degli elettrodi
l = 0,5 mm	distanza tra gli elettrodi a riposo
10 mV	max tensione applicabile al condensatore
Preamplificatore	
$S_v^{1/2}$ = 40nV $Hz^{-1/2}$	densita' efficace di tensione (unil.)
$S_i^{1/2}$ = 1pA $Hz^{-1/2}$	densita' efficace di corrente (unil.)
f_c = 1 kHz	corner-frequency della componente 1/f del rumore

(a) Configurazione circuitale e relazione di trasduzione



Configurazione circuitale.

Ponte di Wheatstone con preamplificatore differenziale collegato all'uscita.

$$C_1 = \frac{\varepsilon_o A}{\ell + x}$$ sensore che rileva lo spostamento x

$$C_2 = C_o = \frac{\varepsilon_o A}{\ell} = 8{,}85 \text{ pF}$$ sensore a riposo (non soggetto a spostamento)

Z_3 e Z_4 impedenze eguali, p.es. altri due sensori identici a riposo $C_3 = C_4 = C_o = \frac{\varepsilon_o A}{\ell}$

oppure due piccole resistenze eguali $R_3 = R_4$

Poichè abbiamo impedenze capacitive, alimentiamo il ponte con tensione alternata a frequenza f_A con ampiezza V_A.

Filtraggio.

Utilizziamo un filtraggio passabanda centrato sulla frequenza f_A e per ridurre il contributo del rumore 1/f scegliamo il valore di f_A ben al di sopra della frequenza d'angolo f_c: ad es. f_A =10kHz. Questo filtraggio può essere realizzato molto bene utilizzando un amplificatore lock-in con riferimento dato dalla tensione alternata di alimentazione del ponte.

Per poter rilevare bene variazioni di spostamento su tempi di circa 0,1s la larghezza di banda del filtraggio deve essere ben maggiore di 1 / 0,1 s = 10Hz: ad es. scegliamo 100Hz.

Relazione di trasduzione

$$V_R = V_A \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} = \frac{V_A}{2}$$

$$V_S = V_A \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = V_A \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = V_A \frac{\ell + x}{\ell + x + \ell} = \frac{V_A}{2} \frac{1 + \frac{x}{\ell}}{1 + \frac{x}{2\ell}}$$

posto $\delta = \frac{x}{\ell} < 1$

$V_S = \frac{V_A}{2} \frac{1+\delta}{1+\frac{\delta}{2}}$ per $\delta \le \frac{1}{10}$ bene approssimabile a $V_S \cong \frac{V_A}{2}(1+\delta)\left(1-\frac{\delta}{2}\right)$

Segnale di uscita differenziale dal ponte, utilizzato per la misura

$$V_U = V_S - V_R \cong \frac{V_A}{4}\delta(1-\delta)$$

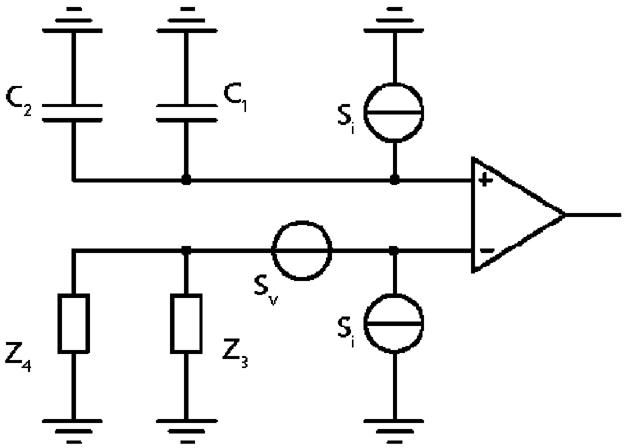
per $\delta \le \frac{1}{100}$ (cioè per $x \le 5\mu m$) è bene approssimabile con una relazione lineare

$$V_U \cong \frac{V_A}{4}\delta$$

Usando V_A = 20mV (per avere tensione sul sensore entro il massimo di 10mV consentito) si ottiene una trasduzione lineare da spostamento a segnale di tensione, con costante di proporzionalita'

$$G = \frac{V_U}{x} \cong \frac{V_A}{4\ell} = 10\frac{\mu V}{\mu m}$$

(b) Minimo spostamento misurabile



Valutazione nelle condizioni indicate in (a)

Utilizzando il filtraggio sopra detto (amplificatore lock-in con riferimento la tensione di alimentazione del ponte) con banda di rumore (unilatera) del filtro passabasso Δf si ha

$$\frac{S}{N} = \frac{V_U}{\sqrt{2S_n(f_A)\Delta f}}$$

con S_n densita' di rumore totale di tensione all'ingresso del preamplificatore collegato al ponte data da

$$S_n = S_V + S_i |Z_S|^2 = S_V + S_i \frac{1}{\omega^2 (C_1 + C_2)^2} \cong S_V + S_i \frac{1}{\omega^2 (2C_o)^2} \qquad (\text{ con } C_o = 8{,}85\text{pF})$$

NB: qui non si tiene conto del contributo dato dal rumore di corrente all'ingresso collegato al ramo di riferimento del ponte (quello con Z_3 e Z_4) che in effetti è trasurabile usando come Z_3 e Z_4 due piccole resistenze eguali. Usando invece due condensatori eguali $C_3=C_4=C_o$ il contributo del rumore di corrente raddoppia.

Il rumore totale filtrato riferito all'ingresso del preamplificatore vale

$$\sqrt{\overline{v_n^2}} = \sqrt{2S_n(f_A)\Delta f}$$

il segnale V_{Um} minimo misurabile (corrispondente a S/N = 1) vale

$$V_{Um} = \sqrt{\overline{v_n^2}} = \sqrt{2S_n(f_A)\Delta f}$$

e il corrispondente spostamento minimo misurabile risulta

$$x_m = \frac{V_{Um}}{G}$$

Utilizzando f_A =10kHz il contributo del rumore di corrente risulta dominante

$$\sqrt{S_i \frac{1}{\omega_A^2 (2C_o)^2}} = S_i^{1/2} \frac{1}{2\pi f_A 2C_o} = S_i^{1/2} \frac{9 \cdot 10^9}{f_A} = S_i^{1/2} 9 \cdot 10^5 = 900 \text{nVHz}^{-1/2} >> S_V^{1/2}$$

si ha quindi

$$S_n^{1/2} \cong 900 \text{nVHz}^{-1/2}$$

e con $\Delta f = 100\text{Hz}$ risulta

$$V_{Um} = \sqrt{2 S_n \Delta f} = 12{,}7 \mu\text{V}$$

$$x_m = \frac{V_{Um}}{G} = 1{,}27 \mu\text{m}$$

<u>Nuove condizioni per ottenere una misura migliore e nuova valutazione</u>

Utilizzando una frequenza f_A più alta si riduce il contributo del rumore di corrente, mentre quello del rumore di tensione si mantiene costante. Perciò conviene alzare f_A fino a rendere il contributo di S_i trascurabile rispetto a quello di S_V , cioe' ottenere

$$S_i^{1/2} \frac{1}{2\pi f_A 2C_o} < S_V^{1/2}$$

utilizzando

$$f_A > \frac{1}{4\pi C_o} \frac{S_i^{1/2}}{S_V^{1/2}} = 224 \text{ kHz}$$

Assumendo p.es. f_A = 2 MHz si ha

$$S_n \cong S_V = 40 \text{nVHz}^{-1/2}$$

e con $\Delta f = 100\text{Hz}$ risulta ora

$$V_{Um} = \sqrt{2 S_n \Delta f} = 570 \text{nV}$$

$$x_m = \frac{V_{Um}}{G} = 57 \text{nm}$$

(c) Misura con sensore differenziale

Si usa ancora la configurazione a ponte di Wheatstone, ma con C_1 e C_2 costituiti dai due componenti del condensatore differenziale

$$C_1 = \frac{\varepsilon_o A}{\ell + x}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_o A}{\ell - x}$$

e si usa ancora lo stesso sistema di filtraggio.

Si ha una relazione di trasduzione differente:

$$V_R = V_A \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} = \frac{V_A}{2}$$

$$V_S = V_A \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = V_A \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = V_A \frac{\ell + x}{\ell + x + \ell - x} = \frac{V_A}{2}\left(1 + \frac{x}{\ell}\right) = \frac{V_A}{2}(1 + \delta) =$$

il segnale di uscita differenziale dal ponte è quindi

$$V_U = V_S - V_R = \frac{V_A}{2}\delta$$

Si notano due vantaggi del sensore differenziale rispetto a quello semplice:

(1) la relazione di trasduzione è esattamente una proporzionalità: vale per tutto il campo di spostamento e non è più limitata ai piccoli spostamenti $x \leq 5\mu m$.

(2) la costante di proporzionalita' aumenta di un fattore 2, cioe' si ha migliore sensibilità

$$G = \frac{V_U}{x} \cong \frac{V_A}{2\ell} = 20 \frac{\mu V}{\mu m}$$

e pertanto si riduce dello stesso fattore 2 il segnale minimo misurabile

$$x_m = \frac{V_{Um}}{G} = 29 nm$$