

PROBLEMA 2**Quadro dei dati**

Termosensore a diodi p-n:

Resistenza termica tra giunzione p-n ed esterno dell'involucro: $R_T = 10^\circ\text{C/W}$

Preamplificatore differenziale di tensione:

resistenze di ingresso da considerare $\rightarrow \infty$:

rumore riferito all'ingresso

$$(S_{V_a})^{1/2} = 40 \text{ nV}/(\text{Hz})^{1/2} \text{ (unilatera)}$$

(nella domanda (c) con componente 1/f con frequenza d'angolo $f_c = 200\text{kHz}$)

$$(S_{i_a})^{1/2} = 0,02 \text{ pA}/(\text{Hz})^{1/2} \text{ (unilatera)}$$

a) Principio del sensore e progettazione**Principio di funzionamento**

Caratteristica dei diodi $I = I_s (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$ che con $\frac{I}{I_s} \gg 1$ è bene approssimabile con

$$I = I_s e^{\frac{qV}{kT}} \text{ e pertanto}$$

$$V = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_s}\right) \quad \text{ma con } I_s \text{ fortemente dipendente da } T$$

Polarizzando i due diodi con correnti I_1 e I_2 diverse si ottiene

$$V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \quad \text{con } I_2 / I_1 \text{ indipendente da } T$$

Alternative di progetto

La tensione di un diodo in realtà dipende dalla densità di corrente $j = \frac{I}{A}$ (con A area della giunzione).

$$j = j_s (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$$

pertanto

$$V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{j_1}{j_2}\right) = \frac{kT}{q} \left[\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) \right]$$

quindi si può ottenere $V_1 - V_2 \propto T$

- con diodi di eguale area A polarizzati a correnti diverse I_1 e I_2
- oppure con diodi di aree diverse A_1 e A_2 polarizzati a eguale corrente I

Equalizzazione dell'autoriscaldamento dei due diodi

Per limitare l'autoriscaldamento dei diodi si usano correnti di polarizzazione I piccole, dell'ordine di non molti μA (risultano comunque molto maggiori delle correnti di saturazione I_S che sono inferiori a 1pA). I diodi sono perciò polarizzati nella zona del "ginocchio" della caratteristica, cioè a tensione $V \approx 600\text{mV}$ e la potenza dissipata vale quindi $P_D = VI \approx 0,6 \cdot I$. Avendo eguale resistenza termica R_T tra giunzione e contatto esterno, per avere eguale differenza di temperatura ΔT tra giunzione e oggetto di misura i due diodi devono avere eguale dissipazione di potenza $P_{D1} = P_{D2}$, cioè uguale corrente $I_1 = I_2$. Questo si ottiene con la scelta progettuale di avere diodi con aree diverse A_1 e A_2 polarizzati a eguale corrente I .

Configurazione circuitale

I due diodi hanno un terminale (p.es. il catodo) connesso a massa (o a una tensione di polarizzazione comune) e sono polarizzati da generatori di corrente connessi all'altro elettrodo (anodo). L'amplificatore differenziale preleva ai due ingressi le tensioni V_1 e V_2 dei due diodi.

Dimensionamento del sensore con diodi eguali ($A_1 = A_2$)

$$\Delta T = P_D R_T \leq 0,001^\circ\text{C}$$

$$P_D \leq \frac{0,001^\circ\text{C}}{R_T} = 100\mu\text{W}$$

$$I \leq \frac{100\mu\text{W}}{0,6\text{V}} = 166\mu\text{A}$$

Scegliamo $I_1 = 100\mu\text{A}$ $I_2 = 10\mu\text{A}$

Costante di conversione

$$V_m = V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{kT}{q}$$

si ricava $\frac{k}{q} = \frac{kT}{q} \frac{1}{T} = \frac{25\text{mV}}{300\text{K}} = 83,3 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}}$ e quindi

$$\frac{dV_m}{dT} = \frac{k}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{k}{q} = 191,6 \mu\text{V} / \text{K}$$

b) Errore dovuto al rumore bianco

Per calcolare il rumore totale di tensione su ciascun ingresso convertiamo i generatori di rumore di corrente in generatori di tensione. Per questo occorre considerare i valori di resistenza dei diodi

$$R_D = \frac{dV}{dI} = \frac{kT}{qI} \quad \text{quindi} \quad R_{D1} = 250 \, \Omega \quad R_{D2} = 2500 \, \Omega$$

Il rumore shot di corrente S_i di ciascun diodo viene convertito in rumore di tensione S_v

$$S_v^{1/2} = R_D S_i^{1/2} = \frac{kT}{q} \sqrt{\frac{2q}{I}} \quad \text{quindi} \quad S_{v1}^{1/2} = 1,4 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}} \quad S_{v2}^{1/2} = 4,5 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$$

entrambi risultano trascurabili rispetto al rumore di tensione S_{va} dell'amplificatore.

A maggior ragione risulta trascurabile l'effetto del rumore di corrente S_{ia} dell'amplificatore, che produce contributi di rumore di tensione con densità efficace inferiore a $1 \text{ nV Hz}^{-1/2}$.

Valutiamo quindi il rumore in base al rumore di tensione dell'amplificatore. Avendo segnale in continua e rumore a larga banda, utilizziamo un filtro passabasso per limitare il rumore. Dovendo rilevare variazioni di temperatura su tempi di circa 1s usiamo un filtro con banda di rumore $f_s = 10 \text{ Hz}$. Tenuto conto del rumore ai due ingressi abbiamo

$$\sqrt{v_m^2} = \sqrt{2} \sqrt{S_{va}} \sqrt{f_s} = 179 \text{ nV}$$

e quindi un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{v_m^2}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0009 \text{ K} = 0,9 \text{ mK}$$

c) Errore in presenza di rumore 1/f

L'azzeramento della linea di base ha sul rumore 1/f l'effetto di un filtraggio passa-alto con frequenza di taglio $f_i \approx 0,001 \text{ Hz}$. Utilizzando il calcolo approssimato con taglio di banda netto si valuta un rumore totale

$$\sqrt{v_n^2} = \sqrt{2} \sqrt{S_{va}} \sqrt{f_s} \cdot \sqrt{1 + \frac{f_c}{f_s} \ln \left(\frac{f_s}{f_i} \right)} = 179 \text{ nV} \cdot \sqrt{1 + 20000 \ln(10000)} = 76,8 \mu\text{V}$$

corrispondente a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{v_n^2}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,4 \text{ K} = 400 \text{ mK}$$

che è largamente fuori dalla specifica richiesta.

d) Modulazione del segnale e misura con amplificatore lock-in**Modulazione del segnale**

Le sorgenti del rumore $1/f$ sono nell'amplificatore, perciò si può modulare il segnale prima che si aggiunga il rumore $1/f$ modulando la corrente di polarizzazione nel sensore.

d1 - Modulazione a corrente commutata

Una maniera semplice ed efficiente di realizzarla è con una semplice commutazione di corrente nel sensore, precisamente:

- per metà periodo tenere eguale corrente $I_1 = I_2 = 10\mu\text{A}$ nei due diodi e pertanto tensione differenziale nulla $V_m = 0$
- per l'altra metà portare la corrente del diodo 1 a $I_1 = 100\mu\text{A}$ lasciando nell'altro

$$I_2 = 10\mu\text{A} \text{ e pertanto avere la tensione differenziale } V_m = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{kT}{q}$$

Si ottiene così un segnale differenziale $v_m(t)$ a onda quadra con escursione picco-picco V_m e cioè ampiezza $V_m/2$.

Per comandare le correnti come detto occorre un segnale a onda quadra. Si può ottenerlo "squadrandolo" il segnale sinusoidale con un circuito non lineare, ad esempio un circuito che commuti all'attraversamento dello zero da parte del segnale sinusoidale dato al suo ingresso.

d2 - Modulazione sinusoidale

Modulare la corrente in un diodo con la forma sinusoidale del generatore non risulta conveniente. Occorre anzitutto "rialzare" la forma d'onda sinusoidale in modo che la corrente nel diodo 1 oscilli sinusoidalmente tra i valori massimo I_1 e minimo I_2 , cioè passare nel diodo 1 la corrente

$$i_1(t) = I_2 + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(1 + \cos 2\pi f_R t)$$

Inoltre la forma d'onda della tensione differenziale non risulta affatto sinusoidale, poichè risulta da una relazione logaritmica

$$v_m(t) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{i_1(t)}{I_2}\right)$$

Ricavare da una misura di questa forma d'onda l'informazione della temperatura si presenta complesso e la soluzione con modulazione a corrente commutata appare più semplice e vantaggiosa.

Segnale di riferimento per misura mediante amplificatore lock-in

Consideriamo di utilizzare la modulazione a corrente commutata come detto.

Si può utilizzare come riferimento per il lock-in il segnale a forma d'onda sinusoidale dato dal generatore

$$r(t) = B \cos(2\pi f_R t)$$

dato che esso ha frequenza e fase eguale al segnale a onda quadra.

In questo caso il segnale continuo in uscita dal lock-in utilizza solo la armonica fondamentale del segnale termometrico $v_m(t)$ a onda quadra con ampiezza $A = V_m/2$. L'armonica fondamentale è una sinusoide di frequenza f_R con ampiezza

$$A_F = \frac{V_m}{2} \frac{4}{\pi} = 2 \frac{V_m}{\pi}$$

Il segnale continuo in uscita dal lock-in vale pertanto

$$V_L = \frac{B}{2} A_F = B \frac{V_m}{\pi}$$

In alternativa, come riferimento per il lock-in si può utilizzare un segnale a onda quadra con ampiezza B , derivato da quello che comanda la commutazione di corrente.

In questo caso il riferimento ha la stessa forma d'onda del segnale $v_m(t)$ e quindi lo utilizza in pieno producendo in uscita un segnale continuo maggiore del caso precedente

$$V_L = B \cdot A = B \cdot \frac{V_m}{2}$$

Errore nella misura di temperatura

Le ragioni che hanno portato a scegliere in (b) il limite di banda di rumore per il passabasso valgono anche per la scelta del filtro passabasso dell'amplificatore lock-in. Pertanto adottiamo anche qui un filtro con banda di rumore $f_s = 10$ Hz

Un lock-in che processa un segnale sinusoidale con ampiezza A e frequenza f_R accompagnato da rumore con densità spettrale S_{Va} utilizzando un riferimento sinusoidale con frequenza e fase eguale al segnale ottiene in uscita un rapporto segnale/rumore

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{A}{\sqrt{2f_s \cdot S_{Va}(f_R)}}$$

Nel nostro caso abbiamo $A = 2 \frac{V_m}{\pi}$ e quindi

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{2V_m}{\pi \sqrt{2f_s \cdot S_{V_a}(f_R)}}$$

Il segnale di tensione minimo misurabile ($S/N=1$) è quindi

$$V_{m,\min} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{f_s} \sqrt{S_{V_a}(f_R)} = 282 \text{ nV}$$

che corrisponde a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{V_{m,\min}}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0015 \text{ K} = 1,5 \text{ mK}$$

In alternativa, possiamo considerare un lock-in che processa un segnale a onda quadra con ampiezza A e frequenza f_R accompagnato da rumore con densità spettrale S_{V_a} utilizzando un riferimento a onda quadra con frequenza e fase eguale al segnale. Con esso si ottiene in uscita un rapporto segnale/rumore

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{A}{\sqrt{f_s \cdot S_{V_a}(f_R)}}$$

Questo schema è quello del secondo caso considerato nel paragrafo precedente, per il quale si ha

$$A = \frac{V_m}{2} \text{ e quindi}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right) = \frac{V_m}{2\sqrt{f_s \cdot S_{V_a}(f_R)}}$$

Il segnale di tensione minimo misurabile ($S/N=1$) con questo schema risulta

$$V_{m,\min} = 2\sqrt{f_s} \sqrt{S_{V_a}(f_R)} = 253 \text{ nV}$$

che corrisponde a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{V_{m,\min}}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0013 \text{ K} = 1,3 \text{ mK}$$