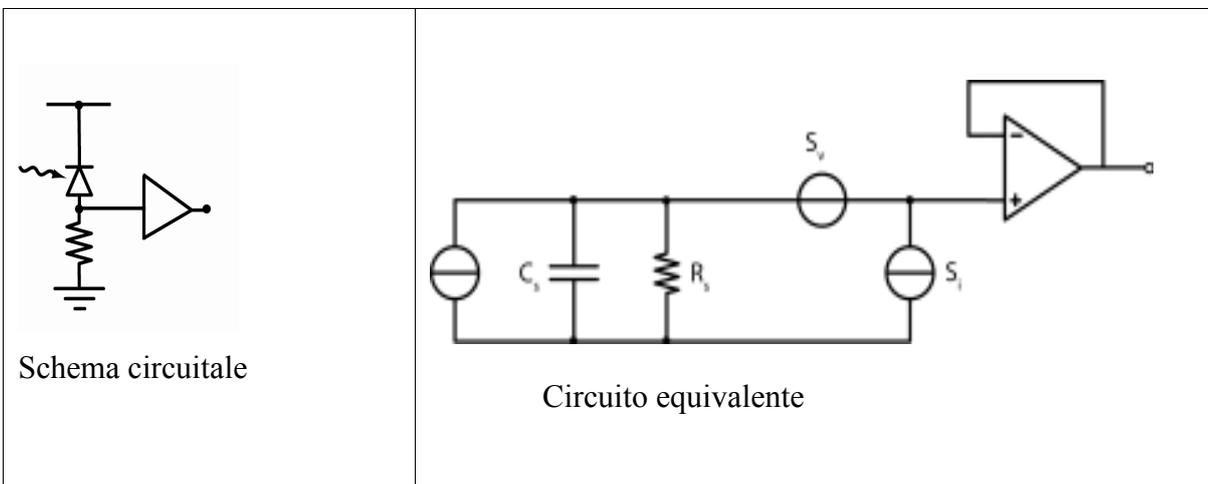


PROBLEMA 2

Quadro dei dati

- Fibra ottica: $A_{a,d} = -20$ dB/Km fattore di attenuazione della potenza ottica (dB di potenza: -20 dB corrisponde ad attenuazione 1/100)
 $v_p = 2 \cdot 10^8$ m/s velocità di propagazione del segnale
 $R = 0,04$ coefficiente di riflessione dal termine fibra (cioè viene riflesso 4% del segnale)
- Laser impulsato: $\lambda = 700$ nm lunghezza d'onda
 $P_L = 1$ mW potenza e $T_a = 200$ ns durata degli impulsi rettangolari
 $f_L = 1$ kHz frequenza di ripetizione degli impulsi
- Fotodiodo p-i-n: $C_S = 1$ pF capacità totale del diodo e collegamenti
 $R_S = 1$ k Ω resistenza di carico
 $I_B = 0,1$ pA corrente di buio
 $\eta = 0,31$ a $\lambda = 700$ nm efficienza quantica
 da cui si ricava la Responsività del fotodiodo a $\lambda = 700$ nm
- $$S_D = \eta \frac{\lambda}{1,24} = 0,175 \frac{A}{W}$$
- Preamplificatore: impedenza ingresso elevata, da considerare $\rightarrow \infty$
 larga banda limitata da polo semplice a $f_{pa} = 100$ MHz
 rumore di tensione $S_V^{1/2} = 4$ nV/Hz^{1/2} (unilatera)
 rumore di corrente $S_I^{1/2} = 1$ pA/Hz^{1/2} (unilatera)



a) Osservazione diretta degli impulsi senza filtraggio

La costante di tempi di integrazione $R_S C_S = 1 \text{ ns}$ del circuito di carico del diodo è molto breve rispetto al segnale e corrisponde a una banda più larga di quella del preamp, quindi ha effetto trascurabile su segnale e rumore. Anche la banda del preamplificatore è molto più larga di quella del segnale, quindi gli impulsi in uscita dal preamp mantengono praticamente inalterata la forma d'onda rettangolare che hanno all'ingresso.

Procedimento per la misura:

1. Il fotodiodo p-i-n osserva l'inizio della fibra ottica in cui viene lanciato l'impulso laser
2. L'oscillografo è collegato direttamente all'uscita del preamp
3. Viene lanciato l'impulso Laser in fibra e l'impulso elettrico di sincronismo fa partire la scansione in tempo dell'oscillografo
4. l'impulso rettangolare riflesso dal termine della fibra si presenta con ritardo rispetto all'inizio scansione, cioè rispetto all'impulso di sincronismo
5. l'istante di arrivo dell'impulso riflesso è individuato dal fronte di salita dell'impulso rettangolare. Il tempo di propagazione T_p è l'intervallo dall'impulso di sincronismo all'arrivo dell'impulso riflesso.
6. la lunghezza della fibra viene percorsa due volte: in andata da inizio fibra al terminale e in ritorno dal terminale a inizio fibra. L_p si ricava dalla relazione $2L_p = v_p T_p$

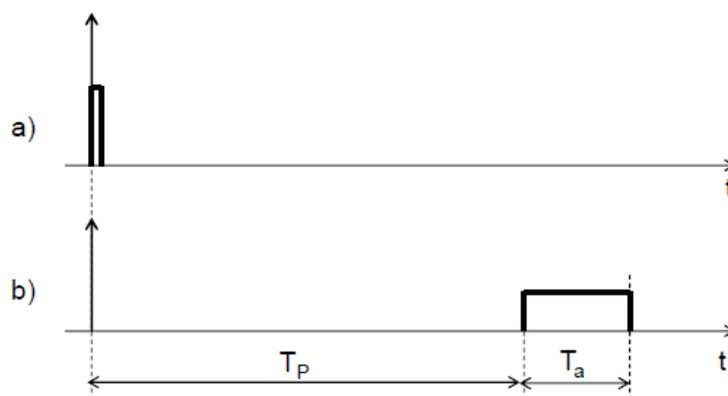


Figura 1 a) Impulso di sincronismo del laser
b) impulso dal preamplificatore rilevato per una data L_p , cioè un dato T_p

In assenza di ulteriore filtraggio il rumore di corrente è limitato solo dalla banda del preamp.

Riportiamo le densità di rumore tutte a rumore di corrente all'ingresso del preamp, notando che sono tutte praticamente costanti (rumore bianco) fino al limite di banda del preamplificatore

$$S_i^{1/2} = 1 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{del preamp}$$

$$S_{ia}^{1/2} = \frac{S_V^{1/2}}{R_S} = 4 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{del preamp}$$

$$S_{iR}^{1/2} = \sqrt{\frac{4kT}{R_S}} = 4 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{della resistenza di carico } R_S$$

$$S_{iD}^{1/2} = \sqrt{2qI_D} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{della corrente di buio}$$

Per quanto riguarda il rumore dovuto alla statistica dei fotoni del segnale, stimiamo inizialmente che sia trascurabile rispetto al rumore dell'elettronica (dato che il fotorivelatore p-i-n non ha guadagno interno), ma verificheremo se il risultato ottenuto sia congruente con questa stima preliminare o se invece occorra rifare il calcolo.

Le densità sopra dette sono incorrelate, quindi la totale densità spettrale di rumore in corrente all'ingresso del preamp è

$$S_{iT}^{1/2} = \sqrt{S_i + S_{ia} + S_{iR} + S_{iD}} \cong 5,7 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Con i valori dati il rumore risulta dominato dai due termini di rumore di tensione del preamp e di rumore della resistenza di carico R_S , gli altri termini danno contributi trascurabili

$$\sqrt{i_{na}^2} = S_{iT}^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_{pa}} \cong 71,4 \text{ nA}$$

In queste condizioni la minima ampiezza di impulso di corrente misurabile è

$$I_{a,\min} = \sqrt{i_{na}^2} = 71,4 \text{ nA}$$

Verifichiamo ora che la densità spettrale di rumore shot di questa fotocorrente minima misurabile

$$\sqrt{2qI_{a,\min}} = 0,15 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

è molto minore rispetto alla S_{iT} dell'elettronica e pertanto risulta confermata la stima preliminare fatta di trascurabile rumore di fotocorrente.

Tenendo conto della responsività spettrale del rivelatore

$$S_D = \eta \frac{\lambda}{1,24} = 0,175 \frac{\text{A}}{\text{W}}$$

si ricava la potenza ottica del minimo impulso rivelabile

$$P_{a,\min} = \frac{I_{a,\min}}{S_D} = 408 \text{ nW} = 0,408 \mu\text{W}$$

Rispetto alla potenza P_L lanciata in fibra essa corrisponde ad una attenuazione

$$A_{tot} = \frac{P_{a,\min}}{P_L} = 4,08 \cdot 10^{-4} \quad \text{che espressa in dB vale} \quad A_{tot,d} = 10 \log(A_{tot}) = -33,9 \text{ dB}$$

Per ricavare l'attenuazione A_F dovuta alla lunghezza $2 L_p$ di fibra attraversata occorre separare la attenuazione dovuta alla riflessione sul termine della fibra

$$A_{R,d} = 10 \log(A_R) = -14 \text{ dB}$$

Si ricava pertanto

$$A_{F,d} = A_{tot,d} - A_{R,d} = -19,9 \text{ dB}$$

corrispondente a

$$L_{p,\max} = \frac{1}{2} \frac{A_{F,d}}{A_{a,d}} = 0,497 \text{ Km} = 497 \text{ m}$$

b) Miglioramento di sensibilità ottenibile con il filtraggio ottimo

Dato che il rumore è bianco, il filtraggio ottimo è dato dal filtro adattato (matched filter), che ha funzione peso $w_M(\alpha)$ di forma eguale all'impulso, cioè rettangolare di durata T_a . Considerando $w_M(\alpha)$ normalizzata a guadagno unitario

$$w_M(\alpha) = \frac{1}{T_a} \quad \text{per } 0 < \alpha < T_a \quad \text{e altrove} \quad w_M(\alpha) = 0$$

il rumore filtrato risulta

$$\sqrt{i_{nM}^2} = \frac{S_{iT}^{1/2}}{\sqrt{2T_a}} \cong 9 \text{ nA}$$

La corrente minima si riduce a

$$I_{M,\min} = \sqrt{i_{nM}^2} = 9 \text{ nA}$$

e la potenza ottica minima a

$$P_{M,\min} = \frac{I_{M,\min}}{S_D} = 51,5 \text{ nW}$$

che rispetto alla potenza P_L lanciata in fibra corrisponde ad una attenuazione

$$A_{tot} = \frac{P_{M,\min}}{P_L} = 51,5 \cdot 10^{-6} \quad \text{ovvero espressa in dB} \quad A_{tot,d} = 10 \log(A_{tot}) = -42,9 \text{ dB}$$

La parte di questa attenuazione dovuta alla fibra è

$$A_{F,d} = A_{tot,d} - A_{R,d} = -28,9 \text{ dB}$$

e corrisponde a

$$L_{p,op} = \frac{1}{2} \frac{A_{F,d}}{A_{a,d}} = 0,723 \text{ Km} = 723 \text{ m}$$

con un miglioramento del 45% ovvero un incremento di 226 m di fibra

c) Filtraggio ottimo realizzato con un filtro a parametri costanti.

Realizzando il filtraggio ottimo con un filtro lineare a parametri costanti in corrispondenza ad ogni impulso dato all'ingresso si ottiene in uscita dal filtro un impulso. Perciò si può utilizzare ancora l'oscillografo per osservare l'impulso di uscita dal filtro, procedendo analogamente a quanto visto in (a), ma tenendo conto del fatto che l'impulso di uscita dal filtro ha forma modificata rispetto a quello di ingresso per individuare correttamente il tempo di transito in fibra T_p .

Il filtro ottimo in questo caso si può effettivamente realizzare a parametri costanti utilizzando un "Mobile mean Integrator", cioè un integratore a media mobile di durata T_a , realizzato in pratica come schematizzato in figura 2 (va notato che esso risulta ben realizzabile in pratica perchè il ritardo di 200ns non è grande e quindi si ottiene con componenti di pratico impiego).

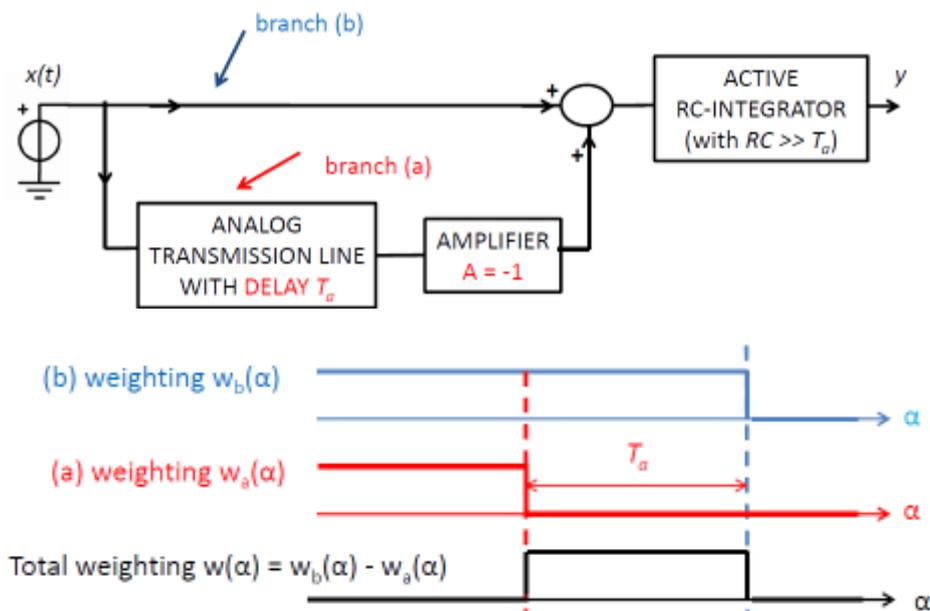


Figura 2 Schema di integratore a media mobile (filtro lineare a parametri costanti)

La forma d'onda dell'impulso di uscita è diversa dal rettangolo. Essa si ricava dalla convoluzione dell'impulso di ingresso con la funzione risposta all'impulso del filtro $h_M(\alpha)$. Per i filtri a parametri costanti $h_M(\alpha)$ ha forma eguale alla funzione peso $w_M(\alpha)$ ribaltata nel tempo, quindi nel caso attuale $h_M(\alpha)$ è rettangolare di durata T_a . L'impulso risultante dalla convoluzione del rettangolo di durata T_a per se' stesso ha forma triangolare simmetrica con base di durata $2T_a$ come indicato in figura 3

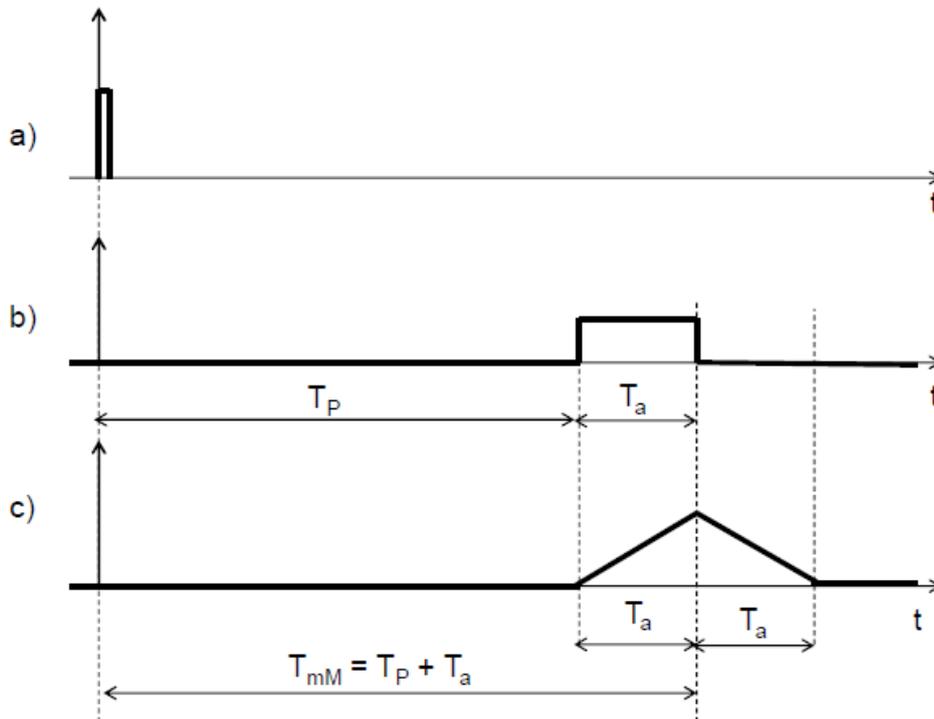


Figura 3 a) Impulso di sincronismo del laser
 b) impulso dal preamplificatore rilevato per una data L_p , cioè un dato T_p
 c) corrispondente impulso di uscita dal filtro integratore a media mobile

Il punto meglio rilevabile dell'impulso triangolare in uscita chiaramente è quello in cui il segnale è più alto rispetto al rumore, cioè il massimo del triangolo al tempo T_{mM} . Va notato però che il ritardo T_p da utilizzare nel calcolo della lunghezza L_p corrisponde all'inizio della salita dell'impulso triangolare, quindi si ottiene sottraendo dal tempo T_{mM} del massimo la durata nota T_a della salita

$$T_p = T_{mM} - T_a$$

d) Filtraggio ottimo realizzato con Gated Integrator

Si utilizza un Gated Integrator (GI) controllato da un calcolatore, che comanda l'operazione di misura del GI, rileva il risultato della misura e lo memorizza. Naturalmente con il calcolatore si possono eseguire varie operazioni di misura in sequenza e si possono effettuare elaborazioni dei dati di misura raccolti. La singola operazione di misura del GI è una integrazione di durata $T_G = T_a$ che viene iniziata con un ritardo T_R rispetto al lancio dell'impulso laser in fibra (segnalato dall'impulso di sincronismo), con valore di T_R programmabile e controllato dal calcolatore.

Per rilevare la forma d'onda del segnale riflesso dal termine della fibra e individuare il ritardo di propagazione T_p utilizzando il GI la situazione è molto diversa da quella vista in (c) con l'integratore a media mobile. Mentre con l'integratore a media mobile si rileva il tempo di arrivo dell'impulso riflesso utilizzando un solo impulso di uscita e osservandone la forma d'onda, con il

GI questo non è possibile. Infatti il GI è un filtro a parametri variabili che per ogni impulso di ingresso fornisce in uscita un solo valore di misura corrispondente al T_R utilizzato, non una forma d'onda. Per rilevare la forma d'onda occorre eseguire una serie di misure con diversi valori del ritardo T_R in sequenza programmata, cioè occorre rilevare e tracciare per punti discreti la forma d'onda della riflessione. La figura 4 mostra per una data lunghezza L_p di fibra (cioè per un dato ritardo T_p dell'impulso rettangolare riflesso) come risulta il grafico dei punti misurati con il GI in funzione del ritardo T_R

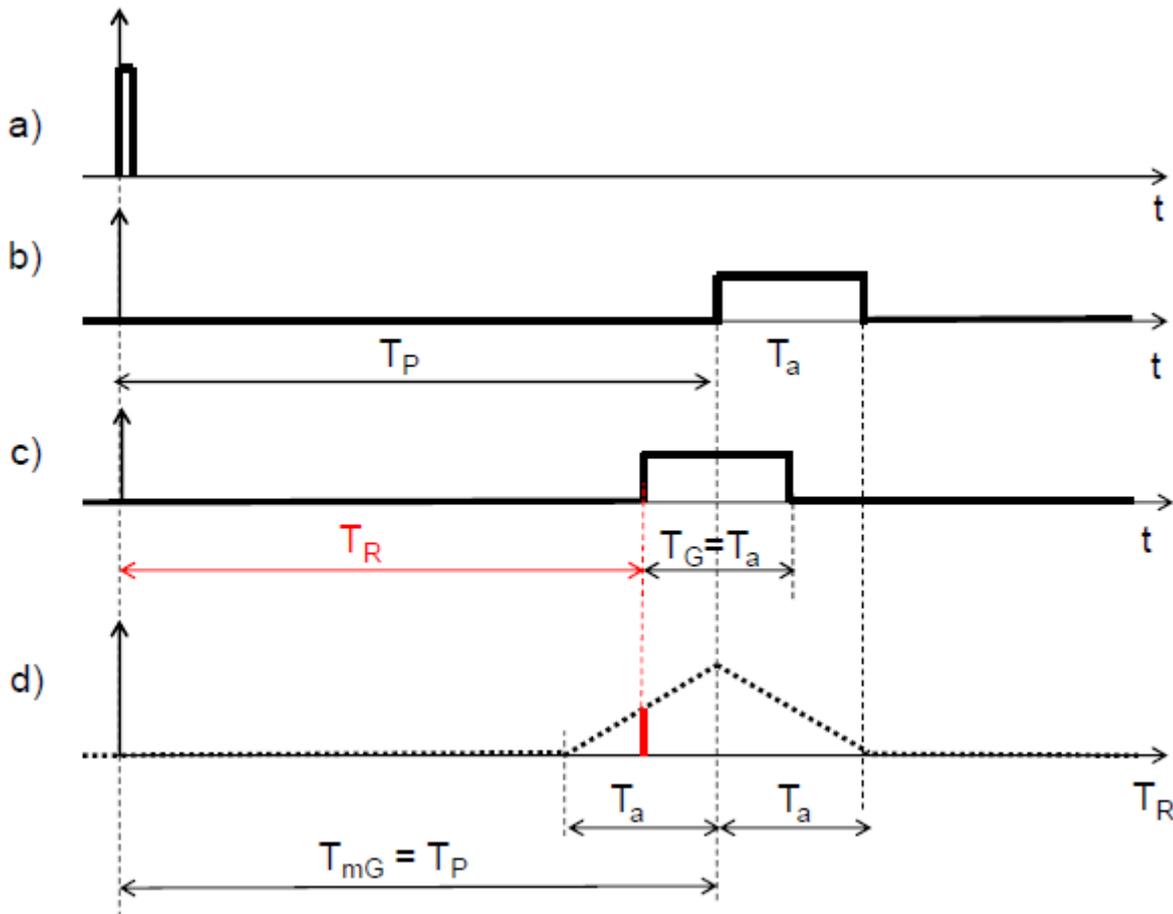


Figura 4 a) Impulso di sincronismo del laser
 b) impulso dal preamplificatore per una data L_p , cioè un dato T_p
 c) funzione peso del GI operante con il ritardo T_R indicato
 d) grafico dei valori rilevati dal GI in funzione del ritardo T_R

Si nota che il grafico descrive per punti discreti una forma d'onda triangolare di forma eguale a quella dell'impulso di uscita dell'integratore a media mobile visto in (c), ma spostata in anticipo di un tempo eguale alla durata del rettangolo T_a . Nella misura con il GI infatti il massimo risultato si ha quando il ritardo T_R è uguale al tempo di propagazione T_p (mentre nella misura con l'integratore a media mobile il massimo dell'impulso di uscita si ha al tempo $T_p + T_a$).

Il tempo necessario per eseguire la misura è determinato dal numero di punti con cui viene effettuato il rilevamento della forma d'onda, poiché per ciascun punto occorre un impulso laser. Il numero di punti è determinato dalla frequenza di campionamento f_s minima per il corretto rilevamento della forma d'onda, cioè due volte la sua frequenza massima. Considerando trascurabili nello spettro della forma d'onda triangolare le componenti con ampiezza inferiore allo 1% della massima componente si ha

$$f_s \geq 2 \cdot \frac{10}{\pi T_a} \approx 32 \text{ MHz}$$

Pertanto occorre che i rilevamenti vengano effettuati con valori del ritardo T_R spazati di un intervallo ΔT_R

$$\Delta T_R = \frac{1}{f_s} \approx 31 \text{ ns}$$

Il ritardo di propagazione massimo da misurare $T_{P_{\max}}$ corrisponde alla lunghezza $L_{P_{\max}} \approx 750 \text{ m}$ (vedi punto (b))

$$T_{P_{\max}} = \frac{2L_{P_{\max}}}{v_p} \approx 7500 \text{ ns}$$

il numero di punti necessario per il rilevamento della forma d'onda per la lunghezza massima quindi è

$$n_s = \frac{T_{P_{\max}}}{\Delta T_R} \approx 240$$

che con la frequenza di ripetizione del laser $f_L \approx 1 \text{ kHz}$ richiede un tempo di misura

$$T_M = n_s f_L \approx 240 \text{ ms} = 0,24 \text{ s}$$

e) Miglioramento della sensibilità effettuando una media di campioni

Si può migliorare il rapporto Segnale/Rumore e quindi la sensibilità rilevando l'ampiezza del segnale in corrispondenza ad ogni valore del ritardo non con una sola misura, ma con una somma (o una media) di misure effettuate su un numero N elevato di impulsi per ciascun T_R . Il S/N aumenta del fattore \sqrt{N} (il segnale aumenta di un fattore N e il valore efficace (r.m.s.) del rumore aumenta del fattore \sqrt{N} , essendo il rumore incorrelato tra le varie misure). L'ampiezza minima misurabile perciò diminuisce del fattore \sqrt{N} , corrispondente ad una attenuazione in dB

$$A_{N,d} = -10 \log_{10}(\sqrt{N}) = -5 \log_{10} N \quad \text{espressa in dB}$$

Questo aumento di sensibilità permette di aumentare la lunghezza di fibra misurabile di una quantità

$$\Delta L_N = \frac{1}{2} \frac{A_{N,d}}{A_{a,d}} = 0,25 \log_{10} N$$

portando quindi la massima lunghezza misurabile a

$$L_{op,N} = L_{op} + \Delta L_N$$

Ad esempio: utilizzando $N=100$ si ottiene $A_{N,d} = -10dB$ e quindi un aumento di lunghezza

$$\Delta L_N = 250 \text{ m}, \text{ che porta la massima lunghezza misurabile a } L_{op,N} = L_{op} + \Delta L_N = 972 \text{ m}$$

Va notato però che all'aumentare del numero N di campioni utilizzati per la media il tempo richiesto dalla misura cresce proporzionalmente a N mentre l'incremento di lunghezza misurabile aumenta solo come $\log_{10} N$. Si verifica cioè che via via che aumenta il numero N di campioni da mediare il progresso diviene sempre più lento.

Ad esempio:

- per ottenere un aumento $\Delta L_N = 250 \text{ m}$ di lunghezza di fibra misurabile occorre mediare $N=100$ campioni
impiegando un tempo di misura $N \cdot T_M = 24 \text{ s}$
- per ottenere un ulteriore aumento $\Delta L_N = 250 \text{ m}$ occorre mediare $N=100 \cdot 100 = 10000$ campioni
impiegando un tempo di misura $N \cdot T_M = 2400 \text{ s}$, cioè 40min