

PROBLEMA 1**Quadro dei dati**

Il forno opera intorno a 300°C con

- 20 min di ciclo operativo
- 2 min di intervallo di tra un ciclo e l'altro

Occorre misurare la temperatura T con

- 0,5°C minima variazione di T
- 1 s minimo intervallo tra misure

Si utilizza una termocoppia tipo R (Platino/Platino-Rodio) con

- $dV_T/dT = 10 \mu V/^\circ C$
- Giunzione riferimento $T_R=30^\circ C (\pm 0,1^\circ C)$

Tra forno ed elettronica

- Distanza $L = 20$ m
- D.d.p. di massa $V_{CM} \approx 10V$

I fili di collegamento compatibili con i due rami della termocoppia hanno resistenza:

- $r_1 = 50 \Omega/m$
- $r_2 = 25 \Omega/m$

Si utilizza unpreamplificatore con banda 1MHz e rumore riferito all'ingresso

- $(S_v)^{1/2} = 10nV/Hz^{1/2}$ (unilatera)
- $(S_i)^{1/2} = 3pA/Hz^{1/2}$ (unilatera)

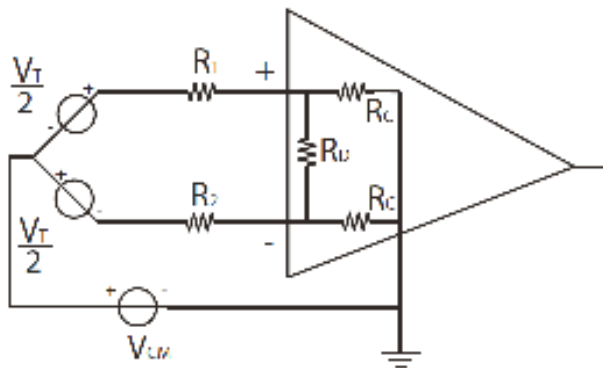
a) Configurazione elettrica di sensore e preamplificatore.

Figura 1 Schema dei collegamenti elettrici tra termocoppia e preamp

Dovendo misurare la tensione V_T tra gli estremi della termocoppia mentre la sua giunzione è a contatto della massa del forno, è necessario impiegare un amplificatore differenziale.

Per stimare la temperatura del forno in operazione si può considerare approssimativamente lineare la caratteristica della termocoppia. Il forno opera a temperature intorno a 300°C e il riferimento (giunzioni tra gli elettrodi di ingresso del preamp e i fili di estensione della termocoppia) viene mantenuto a 25°. Si stima quindi che la tensione V_T della termocoppia sia intorno a

$$V_T \approx (300 - 25) \cdot \frac{dV_T}{dT} \approx 2700 \mu V$$

Per rilevare variazioni $\Delta T \approx 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ la tensione V_T va misurata con errore inferiore a

$$\Delta V_T \leq \varepsilon_V = 0,5 \cdot \frac{dV_T}{dT} = 5 \text{ } \mu\text{V}$$

b) Requisiti per il preamplificatore

La specifica $\Delta V_T \leq 5 \text{ } \mu\text{V}$ comporta requisiti specifici per alcuni parametri del preamplificatore.

b1) Resistenza di ingresso differenziale R_D

I fili di collegamento compatibili con i due rami della termocoppia hanno resistenze non trascurabili

$$R_1=r_1 L= 1000 \text{ } \Omega \quad \text{e} \quad R_2=r_2 L= 500 \text{ } \Omega$$

Perciò la tensione V_{in} all'ingresso del preamp differenziale risulta minore di V_T per effetto di partizione resistiva tra (R_1+R_2) ed R_D (in parallelo a R_D vi è la resistenza $2R_C$ dei terminali di ingresso verso massa, ma il suo effetto è trascurabile dato che $R_C \gg R_D$)

$$V_{in} = V_T \frac{R_D}{R_D + R_1 + R_2} \cong V_T \cdot \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_D}\right)$$

La deviazione è

$$\Delta V_T = V_T - V_{in} \cong V_T \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_D}$$

Quindi per avere

$$\Delta V_T \leq \varepsilon_V = 5 \text{ } \mu\text{V}$$

occorre avere

$$R_D \geq \frac{V_T}{\varepsilon_V} \cdot (R_1 + R_2) = 810 \text{ } K\Omega$$

Questo requisito è facile da soddisfare, vari amplificatori anche di uso corrente hanno $R_D > 1\text{M}\Omega$

b2) Rapporto di reiezione del modo comune (CMRR)

La d.d.p. V_{CM} tra la tensione di massa del forno e quella dell'elettronica è un segnale di modo comune, quindi per evitare che produca un errore maggiore di quanto specificato occorre

$$\Delta V_T = \frac{V_{CM}}{CMRR} < \varepsilon_V$$

cioè

$$CMRR > \frac{V_{CM}}{\varepsilon_V} = 2 \cdot 10^6 \quad \text{cioè } 126 \text{ dB}$$

Questo requisito è piuttosto stringente, occorre usare un amplificatore da strumentazione di buona qualità.

b3) Resistenze di ingresso verso massa R_C

A ciascuno dei due ingressi del preamp risulta applicata la tensione V_{CM} diminuita della caduta sul filo di collegamento alla termocoppia. I due fili hanno resistenza diversa, quindi le due cadute sono

diverse e pertanto V_{CM} produce all'ingresso del preamp un segnale differenziale spurio ΔV_i , che deve essere mantenuto inferiore all'errore in tensione ammissibile

$$V_+ = V_{CM} - \frac{V_{CM}}{R_C + R_1} R_1 \cong V_{CM} - \frac{V_{CM}}{R_C} R_1$$

$$V_- = V_{CM} - \frac{V_{CM}}{R_C + R_2} R_2 \cong V_{CM} - \frac{V_{CM}}{R_C} R_2$$

$$\Delta V_i = |V_+ - V_-| = V_{CM} \frac{R_1 - R_2}{R_C}$$

Per ottenere

$$\Delta V_i \leq \varepsilon_V$$

Occorre avere

$$R_C \geq \frac{V_{CM}}{\varepsilon_V} \cdot (R_1 - R_2) = \frac{10000000}{5} 500 = 1000 \text{ M}\Omega$$

Questo requisito è molto stringente, occorre usare un amplificatore da strumentazione di qualità molto buona.

b4) Tensione di offset V_{of}

La deviazione prodotta dalla tensione di offset V_{of} viene eliminata controllando e compensando lo offset all'inizio delle operazioni, ma rimane da tener conto delle sue successive variazioni, in particolare di quelle dovute alle variazioni della temperatura T_a dell'ambiente in cui si trova il preamp. Dato che T_a ha una escursione $\Delta T_a = T_{a,max} - T_{a,min} = 10^\circ C$ occorre che il preamp rispetti la specifica

$$\left| \frac{dV_{of}}{dT_a} \right| \leq \frac{\varepsilon_V}{\Delta T_a} = 0,5 \mu V$$

Questo requisito è abbastanza stringente, occorre usare un amplificatore da strumentazione di buona qualità.

c) Limite dato dal rumore senza componenti 1/f

Riportiamo le densità di rumore tutte a rumore di tensione all'ingresso del preamp, notando che sono tutte praticamente costanti (rumore bianco) entro la banda del preamplificatore

$$S_V^{1/2} = 10 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}} \quad \text{di tensione del preamp}$$

$$S_{V_a}^{1/2} = S_i^{1/2} (R_1 + R_2) = 4,5 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}} \quad \text{tensione indotta su } (R_1 + R_2) \text{ dal rumore di corrente del preamp}$$

$$S_{V_R}^{1/2} = \sqrt{4kT(R_1 + R_2)} = 4,9 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}} \quad \text{della resistenza } R_1 + R_2 \text{ dei fili in ingresso}$$

Le densità sopra dette sono incorrelate, quindi la totale densità spettrale di rumore di tensione

all'ingresso del preamp è

$$S_{VT}^{1/2} = \sqrt{S_V + S_{Va} + S_{VR}} \cong 12 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$$

Per misurare la tensione di termocoppia V_T filtrando il rumore possiamo usare un semplice filtro passabasso con frequenza di taglio f_p abbastanza alta per poter seguire bene le variazioni più rapide

di V_T . Dato che queste avvengono su tempi $\Delta t \approx 1 \text{ s}$ occorre $f_p > \frac{10}{\Delta t} = 10 \text{ Hz}$, scegliamo ad

esempio $f_p = 1 \text{ kHz}$ limitando così il rumore a

$$\sqrt{n_B^2} = S_{VT}^{1/2} \sqrt{f_s} = S_{VT}^{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_p} \cong 475 \text{ nV} \ll \varepsilon_V = 5 \text{ } \mu\text{V}$$

La corrispondente minima variazione di temperatura misurabile risulta

$$\Delta T_{\min} = \frac{\sqrt{n_B^2}}{\frac{dV_T}{dT}} = 0,05 \text{ } ^\circ\text{C}$$

quindi l'effetto risulta trascurabile, come immediatamente evidente in quanto $\sqrt{n_B^2} \ll \varepsilon_V = 5 \text{ } \mu\text{V}$.

d) Misura in presenza di rumore 1/f

Si aggiunge a $\overline{n_B^2}$ il contributo di rumore $\overline{n_{1/f}^2}$ dato dalle componenti con spettro 1/f, limitato alle basse frequenze dall'azzeramento della linea di base del preamp effettuato prima di iniziare ogni ciclo operativo. L'azzeramento ogni 20 minuti, cioè circa ogni 1000s, equivale con buona approssimazione a un brusco taglio passa-alto a frequenza $f_i \cong 1/1000 = 0,001 \text{ Hz}$. Approssimando anche il passa-basso con un taglio brusco alla frequenza f_s si può così valutare il contributo aggiuntivo $\overline{n_{1/f}^2}$

$$\sqrt{\overline{n_{1/f}^2}} = S_{VT}^{1/2} \sqrt{f_C} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)}$$

Utilizzando $f_s = 1,57 \text{ kHz}$ come in (c) il contributo è $\sqrt{\overline{n_{1/f}^2}} \approx 14 \text{ } \mu\text{V}$ e risulta dominante ed eccedente la specifica. Non risulta possibile rientrare nella specifica riducendo f_s per quanto consentito dalle specifiche (occorre seguire le variazioni di V_T a intervalli di 1 secondo): infatti

riducendo a $f_s = 10 \text{ Hz}$ si ottiene $\sqrt{\overline{n_{1/f}^2}} \approx 11,5 \text{ } \mu\text{V}$ ancora eccessivo.

Si possono ottenere buoni risultati in presenza del rumore 1/f se si riesce a modulare il segnale della termocoppia prima che ad esso vengano ad aggiungersi componenti di rumore 1/f di intensità significativa rispetto al segnale. Nel nostro caso è necessario

1. Modulare il segnale PRIMA del preamplificatore, che contiene le sorgenti di rumore $1/f$ citate
2. utilizzare per modulare solo componenti o circuiti che NON contengano sorgenti di rumore $1/f$ apprezzabili rispetto al piccolo segnale da misurare.

Il secondo requisito nel nostro caso è particolarmente stringente perchè i segnali della termocoppia da misurare sono molto piccoli e quindi risulta molto difficile avere rispetto ad essi trascurabile intensità delle sorgenti di rumore $1/f$ nel modulatore.

In pratica risultano utilizzabili solo schemi di modulazione che utilizzano interruttori, mentre è escluso l'impiego dei circuiti elettronici modulatori correntemente usati per altri scopi, ad esempio in apparati per trasmissioni radio. Il fatto di usare come interruttori componenti con minimo rumore $1/f$ comporta limitazioni alla massima frequenza di modulazione f_m . Gli interruttori meccanici hanno trascurabile rumore $1/f$, ma permettono frequenza di commutazione modesta $f_m < 1\text{kHz}$. Per ottenere f_m più elevate occorre usare interruttori microelettronici (switch MOSFET), che però sono meno soddisfacenti dal punto di vista del rumore.

Una volta ottenuta una soddisfacente modulazione del segnale si può eseguire la misura con un amplificatore lock-in, utilizzando come segnale di riferimento quello stesso con cui si comanda la modulazione.

Uno schema di modulazione particolarmente semplice è illustrato in Fig. 2.

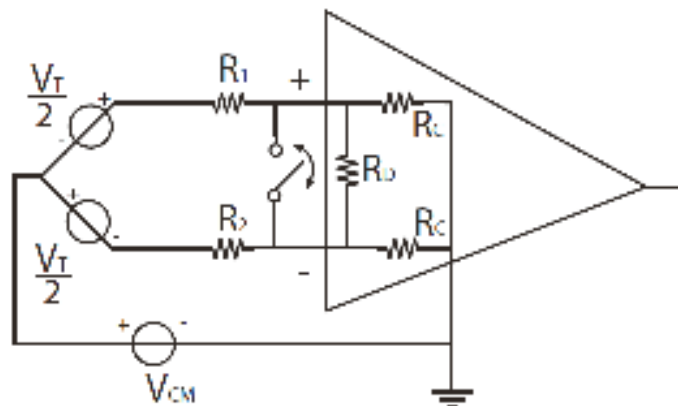


Fig.2 Schema di modulazione ON-OFF del segnale di termocoppia

Un interruttore posto tra i due ingressi del differenziale commuta periodicamente tra chiuso e aperto comandato da un segnale di comando a onda quadra simmetrica a frequenza f_m . Il segnale applicato all'ingresso del preamp in un semiperiodo è $V_i = V_T$, nell'altro è $V_i = 0$, cioè subisce una modulazione ON-OFF. Il segnale modulato quindi è costituito da una componente continua di ampiezza $V_T/2$ e da una componente alternata di ampiezza $V_T/2$. L'amplificatore lock-in utilizza solo la componente alternata. La scelta della frequenza di taglio f_S del filtro passa-basso del lock-in determina il rumore in uscita ed è soggetta alla stessa limitazione di cui abbiamo tenuto conto al

punto (c) per il filtraggio delle componenti bianche con un semplice passa-basso. Utilizzando un lock-in con demodulatore a onda quadra e fornendogli come riferimento il segnale di comando dell'interruttore si ottiene (NB: nel rapporto S/N il guadagno del lock-in è irrilevante e quindi per comodità lo consideriamo unitario)

$$\text{Segnale continuo in uscita } V_L = \frac{V_T}{2}$$

$$\text{Rumore in uscita } \sqrt{n_L^2} = \sqrt{[S_{VT} + S_{V,1/f}(f_m)]} \cdot f_S$$

con densità spettrale della componente 1/f

$$S_{V,1/f}^{1/2}(f_m) = \sqrt{(S_V + S_{Va})} \sqrt{\frac{f_C}{f_m}} \cong 11 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \cdot \sqrt{\frac{f_C}{f_m}}$$

quindi il S/N ottenuto è

$$\frac{S}{N} = \frac{V_T}{2 \cdot \sqrt{[S_{VT} + S_{V,1/f}(f_m)]} \cdot f_S}$$

il minimo segnale rilevabile è

$$\Delta V_{T,\min} = 2 \cdot \sqrt{[S_{VT} + S_{V,1/f}(f_m)]} \cdot f_S$$

e la corrispondente minima variazione di T è

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{T,\min}}{\frac{dV_T}{dT}}$$

Ad esempio:

scegliendo frequenza di modulazione $f_m=250\text{Hz}$ si ha

$$S_{V,1/f}^{1/2} = 11 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \cdot \sqrt{\frac{f_C}{f_m}} = 220 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$

che con taglio del filtro passabasso taglio $f_S=10\text{Hz}$ porta a

$$\Delta V_{T,\min} = 2 \cdot \sqrt{[S_{VT} + S_{V,1/f}(f_m)]} \cdot f_S \cong 2 \cdot S_{V,1/f}^{1/2}(f_m) \cdot \sqrt{f_S} = 1,4 \mu\text{V}$$

e quindi a una minima variazione misurabile soddisfacente la specifica

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{T,\min}}{\frac{dV_T}{dT}} = 0,14 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Uno schema di modulazione meno semplice, ma più efficiente è illustrato in Fig. 3.

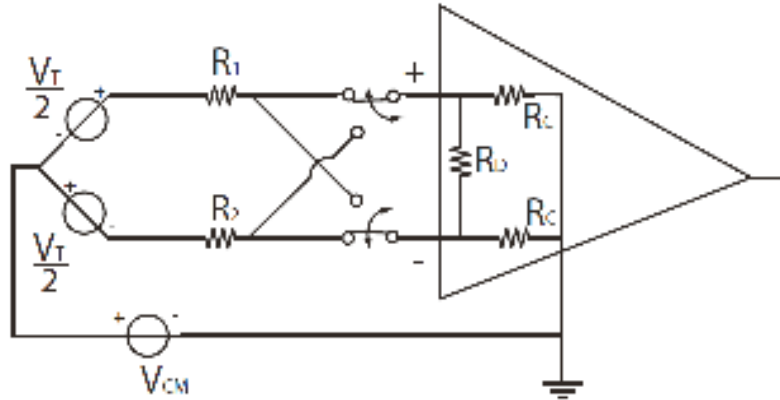


Fig.3 Schema di modulazione del segnale di termocoppia a onda quadra simmetrica

Due interruttori sui due ingressi del differenziale commutano periodicamente in modo da invertire la polarità con cui il segnale di termocoppia è applicato al differenziale. Il comando di commutazione è dato da un segnale a onda quadra simmetrica a frequenza f_m . Il segnale applicato all'ingresso del preamp in un semiperiodo è $V_i = +V_T$, nell'altro è $V_i = -V_T$, quindi è costituito solo da una onda quadra simmetrica di ampiezza V_T , cioè doppia rispetto al caso precedente. Utilizzando anche qui un lock-in con demodulatore a onda quadra, rispetto al caso precedente si ottiene segnale doppio ed eguale rumore e quindi

$$\frac{S}{N} = \frac{V_T}{\sqrt{[S_{VT} + S_{V,\Delta f}(f_m)] \cdot f_S}}$$

ed il minimo segnale rilevabile è

$$\Delta V_{T,\min} = \sqrt{[S_{VT} + S_{V,\Delta f}(f_m)] \cdot f_S}$$

Pertanto in questo caso utilizzando ancora frequenza di modulazione $f_m = 250\text{Hz}$ e taglio del filtro passabasso taglio $f_S = 10\text{Hz}$ si ottiene

$$\Delta V_{T,\min} = \sqrt{[S_{VT} + S_{V,\Delta f}(f_m)] \cdot f_S} \cong S_{V,\Delta f}^{1/2}(f_m) \cdot \sqrt{f_S} = 0,7 \mu V$$

e quindi

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{T,\min}}{\frac{dV_T}{dT}} = 0,07 \text{ } ^\circ C$$