

PROBLEMA 2**Quadro dei dati****Sensore e Preamplificatore**

- $C_S = 10$ pF capacita' totale (sensore-preamp)
- $R_S = 100$ M Ω resistenza totale di carico
- $f_{pa} = 50$ MHz limite superiore di banda
- $S_v^{1/2} = 5$ nV/Hz^{1/2} (unilatera)
- $S_i^{1/2} = 0,05$ pA/Hz^{1/2} (unilatera), componente $1/f$ di S_i con $f_c = 100$ KHz

Segnale di tensione V_S in uscita del Preamp.

Impulso a quasi-gradino con:

- ampiezza A: variabile
- Fronte di salita: rampa di durata $T_S = 5\mu s$

a) Filtraggio ottimo

Il rumore totale a ingresso (e in uscita) del preamp NON è bianco, dato che il rumore di corrente viene trasformato in tensione con filtraggio passa-basso dato da R_S e C_S in parallelo.

Filtro ottimo = Filtro sbiancante seguito da Filtro adattato (matched filter).

a1) Filtro sbiancante $H_B(f)$:

La costante di tempo del filtro passa-basso R_S e C_S è molto grande rispetto al tempo di salita T_S del segnale $R_S C_S = 1$ ms $\gg T_S$ pertanto si può considerare con buona approssimazione $R_S \rightarrow \infty$ ed $R_S C_S \rightarrow \infty$ cioè considerare una pura integrazione l'azione del filtro sul rumore di corrente. Il rumore in uscita dal preamp risulta così

$$S_S = S_v + \frac{S_i}{\omega^2 C_s^2} = S_v \frac{1 + \omega^2 \frac{C_s^2 S_v}{S_i}}{\frac{\omega^2 C_s^2 S_v}{S_i}} = S_v \frac{1 + \omega^2 T_{nc}^2}{\omega^2 T_{nc}^2}$$

con un polo a $\omega=0$ e uno zero a $\omega = \omega_{nc} = \frac{1}{T_{nc}}$ individuata dalla eguaglianza delle due componenti

$$S_v = \frac{S_i}{\omega_{nc}^2 C_s^2}$$

La costante di tempo caratteristica del rumore è $T_{nc} = \frac{1}{\omega_{nc}} = \frac{C_s S_v^{1/2}}{S_i^{1/2}} = 1 \mu s$

Per sbiancare questo rumore occorre mettere dopo il preamp un filtro a parametri costanti con uno zero che cancelli il polo a $\omega=0$ e un polo che cancelli lo zero a $\omega = \omega_{nc}$ dello spettro S_S :Occorre cioè un filtro differenziatore CR con costante di tempo $T_B = T_{nc}$

$$H_B = \frac{j\omega T_B}{1 + j\omega T_B} = \frac{j\omega T_{nc}}{1 + j\omega T_{nc}}$$

$$|H_B|^2 = \frac{\omega^2 T_B^2}{1 + \omega^2 T_B^2} = \frac{\omega^2 T_{nc}^2}{1 + \omega^2 T_{nc}^2}$$

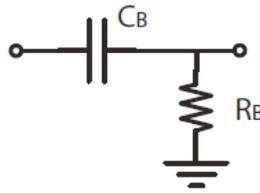


Fig.1 Filtro sbiancante per il caso di resistenzadi carico infinita $R_S \rightarrow \infty$

Effetto di H_B sul rumore

H_B produce in uscita un rumore bianco

$$S_B = S_S |H_B|^2 = S_v$$

Si nota che l'azione del filtro sbiancante sulla componente di corrente S_i consiste nel sostituire al filtraggio passabasso con polo a $\omega = 0$ dato da C_S un filtraggio passabasso con polo a $\omega = \omega_{nc}$

$$\frac{S_i}{\omega^2 C_s^2} |H_B|^2 = \frac{S_i}{\omega^2 C_s^2} \frac{\omega^2 T_{nc}^2}{1 + \omega^2 T_{nc}^2} = S_v \frac{1}{1 + \omega^2 T_{nc}^2}$$

Effetto di H_B sul segnale

Tenendo conto della osservazione fatta è più facile capire l'effetto del filtro sbiancante sul segnale.

Il segnale di tensione V_S è generato dal segnale di corrente I_S del sensore filtrato dalla rete $R_S C_S$.

Per semplicità utilizziamo la trasformata di Laplace per il segnale in uscita dal preamplificatore

$$V_S = \frac{I_S}{sC_s}$$

e in uscita dal filtro sbiancante

$$V_B = \frac{I_S}{sC_s} H_B = \frac{I_S}{sC_s} \frac{sT_{nc}}{1 + sT_{nc}} = I_S \frac{T_{nc}}{C_s} \frac{1}{1 + sT_{nc}}$$

Dunque la forma di V_B è quella di I_S filtrata da un passa-basso semplice con costante di tempo T_{nc} .

A sua volta la forma di I_S si deduce dalla forma nota di V_S . Infatti V_S risulta da I_S filtrato passabasso con costante di tempo $R_S C_S \gg T_S$, cioè praticamente dall'integrazione di I_S su C_S . Una V_S a rampa di durata T_S corrisponde a un impulso di corrente dal sensore I_S rettangolare di durata T_S e ampiezza costante I_{S0} tale che

$$A = \frac{I_{S0} T_S}{C_S} \quad \text{e pertanto} \quad I_{S0} = A \frac{C_S}{T_S}$$

Dunque il segnale V_B risulta da un segnale rettangolare di durata T_S filtrato passa-basso con costante di tempo $T_{nc} \ll T_S$. Abbiamo V_B quasi rettangolare, con all'inizio salita esponenziale con costante di tempo $T_{nc} \ll T_S$ e al tempo T_S discesa esponenziale con costante di tempo T_{nc} . I due esponenziali hanno trascurabile sovrapposizione perchè $T_{nc} \ll T_S$.

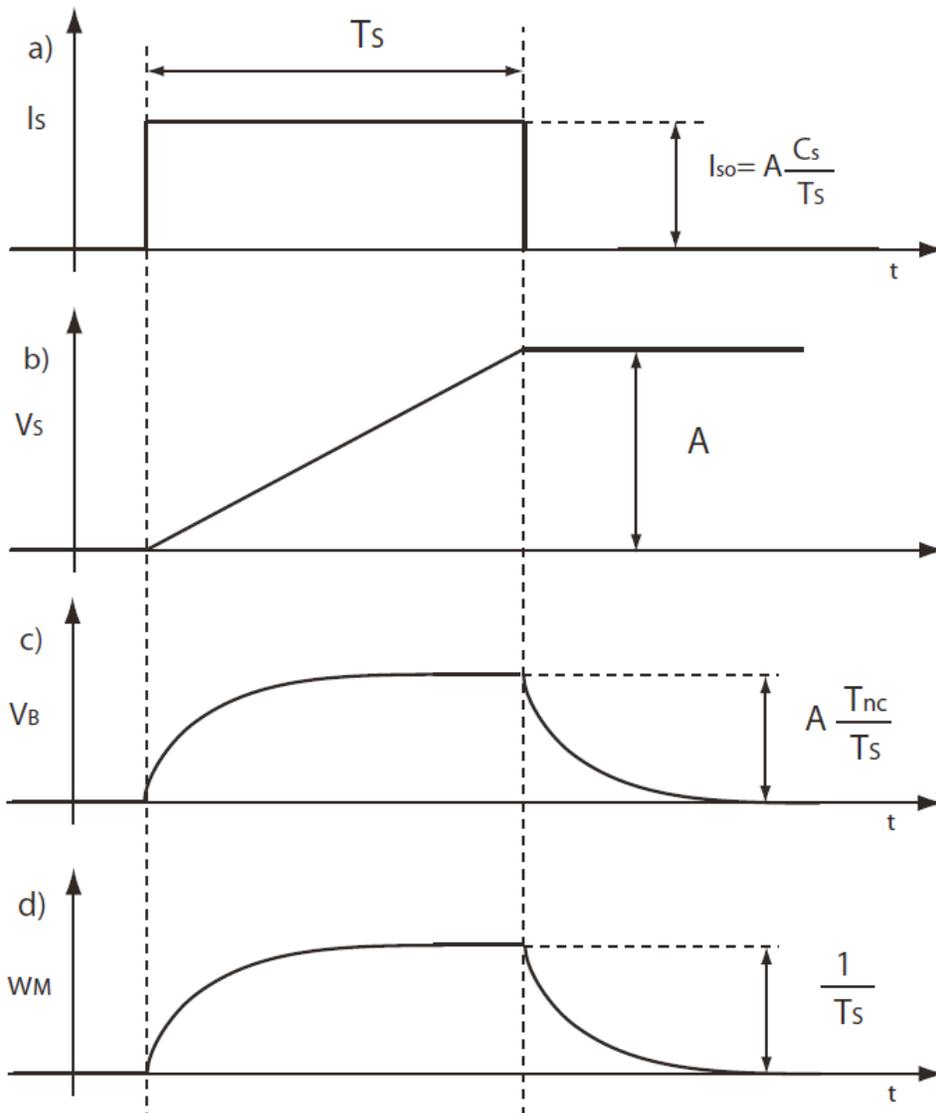


Fig.2 (a) segnale I_S di corrente del sensore; (b) segnale V_S di tensione in uscita dal preamplificatore; (c) segnale V_B di tensione all'uscita del filtro sbiancante; (d) funzione peso w_M del filtro adattato.

Il segnale V_B ha ampiezza

$$I_{S0} \frac{T_{nc}}{C_s} = A \frac{C_s}{T_s} \frac{T_{nc}}{C_s} = A \frac{T_{nc}}{T_s}$$

e forma d'onda

$$v_B(t) = A \frac{T_{nc}}{T_s} \cdot \left\{ \left[1 - e^{-\frac{t}{T_{nc}}} \right] - 1(t - T_s) \cdot \left[1 - e^{-\frac{(t-T_s)}{T_{nc}}} \right] \right\}$$

che può essere approssimata (i due tratti esponenziali praticamente non si sovrappongono)

$$v_B(\alpha) = A \frac{T_{nc}}{T_s} \cdot \left[1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}} \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \alpha < T_s$$

$$v_B(\alpha) = A \frac{T_{nc}}{T_s} \cdot e^{-\frac{(\alpha-T_s)}{T_{nc}}} \quad \text{per} \quad T_s \geq \alpha$$

NOTA 1: trattazione matematica del segnale

Quello che abbiamo dedotto ragionando in termini intuitivi sulle forme d'onda viene confermato dalla trattazione matematica qui riassunta

- Segnale a rampa con pendenza A / T_s

L-trasformata
$$V_r = \frac{A}{T_s} \frac{1}{s^2}$$

- Segnale a quasi gradino= rampa positiva – rampa ritardata di T_s :

L-trasformata
$$V_s = \frac{A}{T_s} \frac{1}{s^2} [1 - \exp(-sT_s)]$$

- il filtro sbiancante $H_B = \frac{sT_{nc}}{1 + sT_{nc}}$ applicato al segnale quasi-gradino produce in uscita

L-trasformata
$$V_B = V_s \cdot H_B = A \frac{T_{nc}}{T_s} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + sT_{nc}} \cdot [1 - \exp(-sT_s)]$$

forma d'onda
$$V_B(t) = A \frac{T_{nc}}{T_s} \cdot \left\{ \left[1 - e^{-\frac{t}{T_{nc}}} \right] - 1(t - T_s) \cdot \left[1 - e^{-\frac{(t-T_s)}{T_{nc}}} \right] \right\}$$

NOTA 2: filtro sbiancante considerando la resistenza R_S di carico finita

Considerando R_S finita l'azione del filtro sul rumore di corrente risulta una integrazione approssimata con costante di tempo $R_S C_s$. Il rumore in uscita dal preamp risulta pertanto

$$S_S = S_v + S_i \frac{R_S^2}{1 + \omega^2 R_S^2 C_s^2} = \frac{S_v + S_i R_S^2 + \omega^2 R_S^2 C_s^2 S_v}{1 + \omega^2 R_S^2 C_s^2}$$

Questo spettro ha ancora un polo e uno zero, ma il polo è spostato a $\omega=1 / R_S C_S$ (invece di $\omega=0$).

La posizione dello zero rimane a $\omega = \omega_{nc} = \frac{1}{T_{nc}}$ con $T_{nc} = \frac{1}{\omega_{nc}} = \frac{C_S S_v^{1/2}}{S_i^{1/2}}$ (si ricava notando che

$S_i R_S^2 \gg S_v$ e quindi trascurando nel numeratore S_v rispetto a $S_i R_S^2$). Lo spettro di rumore quindi è

$$S_S = S_v \frac{R_S^2 C_S^2}{T_{nc}^2} \cdot \frac{1 + \omega^2 T_{nc}^2}{1 + \omega^2 R_S^2 C_S^2}$$

Per sbiancarlo occorre mettere dopo il preamp un filtro a parametri costanti con uno zero che cancelli il polo a $\omega=1 / R_S C_S$ e un polo che cancelli lo zero a $\omega = \omega_{nc}$ dello spettro S_S . Lo si ottiene aggiungendo una resistenza elevata in parallelo alla capacità del filtro differenziatore

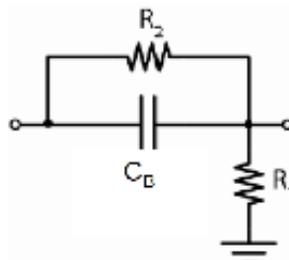


Fig.3 Filtro sbiancante per il caso di resistenza di carico R_S finita

Dimensionando in modo che

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_B = (R_1 // R_2) C_B = T_{nc}$$

$$R_2 C_B = R_S C_S$$

si ottiene

$$H_{B2} = \frac{T_{nc}}{R_S C_S} \cdot \frac{1 + s R_S C_S}{1 + s T_{nc}}$$

$$|H_{B2}|^2 = \frac{T_{nc}^2}{R_S^2 C_S^2} \cdot \frac{1 + \omega^2 R_S^2 C_S^2}{1 + \omega^2 T_{nc}^2}$$

H_{B2} produce in uscita la stessa situazione precedentemente vista nell'approssimazione $R_S \rightarrow \infty$: ritroviamo lo stesso rumore bianco e lo stesso segnale (anche qui nel filtraggio lo zero e' stato cancellato e il polo è stato spostato a $\omega_{nc} = 1/T_{nc}$)

$$S_B = S_S |H_{B2}|^2 = S_v$$

$$V_B = I_S \frac{R_S}{1 + s R_S C_S} H_{B2} = I_S \frac{R_S}{1 + s R_S C_S} \frac{T_{nc}}{R_S C_S} \cdot \frac{1 + s R_S C_S}{1 + s T_{nc}} = I_S \frac{T_{nc}}{C_S} \frac{1}{1 + s T_{nc}}$$

a2) Filtro adattato (matched filter)

Il filtro adattato che completa il filtraggio ottimo lavorando sull'uscita del filtro sbiancante ha funzione peso $w_M(\alpha)$ di forma identica al segnale v_B (vedere Fig.2)

$$w_M(\alpha) = \frac{1}{T_S} \left\{ \left[1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}} \right] - 1(\alpha - T_S) \cdot \left[1 - e^{-\frac{(\alpha - T_S)}{T_{nc}}} \right] \right\}$$

che può essere approssimata con

$$w_M(\alpha) = \frac{1}{T_S} \cdot \left[1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}} \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \alpha < T_S$$

$$w_M(\alpha) = \frac{1}{T_S} \cdot e^{-\frac{(\alpha - T_S)}{T_{nc}}} \quad \text{per} \quad T_S \geq \alpha$$

In uscita dal filtro matched si ha

segnale $V_M = \int_0^\infty v_B(\alpha) w_M(\alpha) d\alpha = A T_{nc} \int_0^\infty w_M^2(\alpha) d\alpha$

rumore $\overline{v_{n,M}^2} = S_{V,bil} k_{ww,M}(0) = \frac{S_V}{2} k_{ww,M}(0) = \frac{S_V}{2} \int_0^\infty w_M^2(\alpha) d\alpha$

S/N $\left(\frac{S}{N} \right)_{op}^2 = \frac{V_M^2}{v_{n,M}^2} = \frac{A^2 T_{nc}^2}{\frac{S_V}{2}} \int_0^\infty w_M^2(\alpha) d\alpha$

Calcoliamo l'integrale $\int_0^\infty w_M^2(\alpha) d\alpha$ usando l'approssimazione detta

$$\begin{aligned} \int_0^\infty w_M^2(\alpha) d\alpha &= \frac{1}{T_S^2} \int_0^{T_S} \left[1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}} \right]^2 d\alpha + \frac{1}{T_S^2} \int_0^\infty e^{-\frac{2\beta}{T_{nc}}} d\beta = \\ &= \frac{1}{T_S^2} \int_0^{T_S} \left(1 + e^{-\frac{2\alpha}{T_{nc}}} - 2e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}} \right) d\alpha + \frac{1}{T_S^2} \int_0^\infty e^{-\frac{2\beta}{T_{nc}}} d\beta = \frac{1}{T_S^2} \left(T_S + \frac{T_{nc}}{2} - 2T_{nc} + \frac{T_{nc}}{2} \right) = \frac{1}{T_S^2} (T_S - T_{nc}) \end{aligned}$$

e ricaviamo

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{op} = \frac{V_M}{\sqrt{v_{n,M}^2}} = \frac{A}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2}}} \frac{T_{nc}}{T_S} \sqrt{T_S - T_{nc}}$$

L'ampiezza minima misurabile $A_{o,min}$ (per la quale S/N = 1) risulta

$$A_{o,min} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{1}{\sqrt{T_S - T_{nc}}} = 8,8 \mu V$$

b) Approssimazione del filtro matched con GI

Dato che la funzione peso del filtro adattato $w_M(\alpha)$ ha una forma che si può approssimare con un rettangolo, possiamo realizzare una approssimazione del filtraggio ottimo utilizzando dopo il filtro sbiancante un Gated Integrator, cioè una funzione peso $w_G(\alpha)$ rettangolare

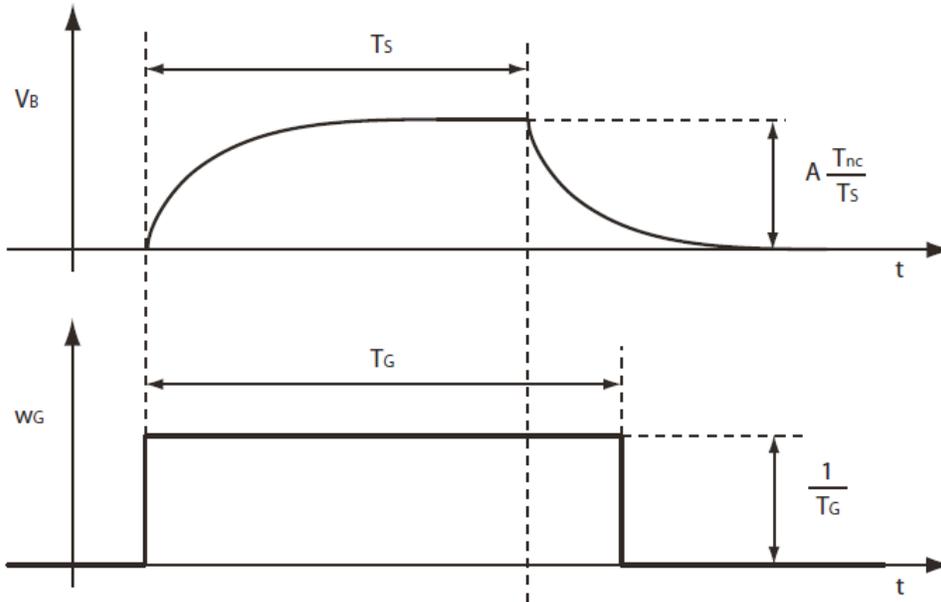


Fig.4 Segnale V_B di tensione all'uscita del filtro sbiancante (sopra) e funzione peso w_G di un Gated integrator utilizzato come approssimazione del filtro adattato.

$$w_G(\alpha) = \frac{1}{T_G} \quad \text{per} \quad 0 \leq \alpha \leq T_G$$

$$w_G(\alpha) = 0 \quad \text{per} \quad \alpha > T_G$$

In uscita dal GI si ha

segnale $V_G = \int_0^\infty v_B(\alpha) w_G(\alpha) d\alpha$

rumore $\overline{v_{n,G}^2} = S_{V,bil} k_{ww,G}(0) = \frac{S_V}{2} \int_0^\infty w_G^2(\alpha) d\alpha = \frac{S_V}{2T_G}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \frac{V_G}{\sqrt{\overline{v_{n,G}^2}}} = \frac{V_G}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2T_G}}}$$

b1) Primo approccio: GI con $T_G = T_s$ (durata integrazione eguale al tempo di salita di rampa)

$$V_G = \int_0^\infty v_B(\alpha) w_G(\alpha) d\alpha = \frac{AT_{nc}}{T_s} \frac{1}{T_G} \int_0^{T_s} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}}\right) d\alpha = \frac{AT_{nc}}{T_s} \frac{1}{T_G} (T_s - T_{nc})$$

ottenendo così

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \frac{V_G}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2T_G}}} = \frac{A}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2}}} \frac{T_{nc}}{T_S} \frac{1}{\sqrt{T_G}} (T_S - T_{nc})$$

e si può notare che

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \frac{A}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2}}} \frac{T_{nc}}{T_S} \sqrt{T_S - T_{nc}} \sqrt{\frac{T_S - T_{nc}}{T_G}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{op} \sqrt{\frac{T_S - T_{nc}}{T_S}}$$

che nel nostro caso con $T_S = 5\mu s$ e $T_{nc} = 1\mu s$ significa

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \left(\frac{S}{N}\right)_{op} \sqrt{\frac{4}{5}} \cong 0,894$$

in queste condizioni l'ampiezza minima misurabile risulta

$$A_{G,min} = \frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2}} \frac{T_S}{T_{nc}} \frac{\sqrt{T_S}}{(T_S - T_{nc})} \cong 9,8\mu V$$

e si può notare che

$$A_{G,min} = A_{o,min} \sqrt{\frac{T_S}{T_S - T_{nc}}} \cong 1,12$$

Conclusione: usando invece del filtro adattato un GI con $T_G = T_S$ si ottiene un risultato circa il 12% peggiore dell'ottimo.

b2) Secondo approccio: GI con $T_G \geq T_S$ (durata integrazione maggiore del tempo di salita di rampa)

Intuitivamente da un aumento di $T_G > T_S$ ci si attende un vantaggio (vedere la Figura 4), ma occorre fare una valutazione quantitativa. L'aumento di T_G ha un effetto utile sul rumore (riducendo la banda di filtraggio riduce il rumore) e un duplice effetto sul segnale: allargando il tempo di integrazione T_G lo fa aumentare, diminuendo il peso $1/T_G$ lo fa diminuire. Occorre valutare se e come nell'insieme vi sia un vantaggio e determinare il valore di T_G che dà il miglior risultato.

Calcoliamo l'integrale $V_G = \int_0^\infty v_B(\alpha) w_G(\alpha) d\alpha$ usando per $v_B(\alpha)$ l'approssimazione già vista

$$\begin{aligned} V_G &= \int_0^\infty v_B(\alpha) w_G(\alpha) d\alpha = \frac{AT_{nc}}{T_S} \frac{1}{T_G} \int_0^{T_S} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{T_{nc}}}\right) d\alpha + \frac{AT_{nc}}{T_S} \frac{1}{T_G} \int_0^{T_G - T_S} e^{-\frac{\beta}{T_{nc}}} d\beta = \\ &= \frac{AT_{nc}}{T_S} \frac{1}{T_G} (T_S - T_{nc}) + \frac{AT_{nc}}{T_S} \frac{1}{T_G} T_{nc} (1 - e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}}) = \\ &= A \frac{T_{nc}}{T_S} \frac{1}{T_G} (T_S - T_{nc} e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}}) \end{aligned}$$

Abbiamo così

$$\left(\frac{S}{N}\right)_G = \frac{V_G}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2T_G}}} = \frac{A}{\frac{S_V^{1/2}}{\sqrt{2}}} \frac{T_{nc}}{T_S} \frac{1}{\sqrt{T_G}} (T_S - T_{nc} e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}})$$

e l'ampiezza minima misurabile $A_{G,\min}$ in queste condizioni risulta

$$A_{G,\min} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{\sqrt{T_G}}{\left(T_S - T_{nc} e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}}\right)}$$

Per trovare il valore di T_G che dà il miglior risultato, cioè il minimo valore di $A_{G,\min}$, poniamo

$$\frac{T_G - T_S}{T_{nc}} = x$$

quindi

$$A_{G,\min} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{1}{\sqrt{T_{nc}}} \frac{\sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} + x}}{\left(\frac{T_S}{T_{nc}} - e^{-x}\right)} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{1}{\sqrt{T_{nc}}} f(x)$$

dunque occorre minimizzare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} + x}}{\left(\frac{T_S}{T_{nc}} - e^{-x}\right)}$$

nel nostro caso i dati sono $T_S = 5 \mu s$ e $T_{nc} = 1 \mu s$ e la funzione è precisamente

$$f(x) = \frac{\sqrt{5 + x}}{(5 - e^{-x})}$$

che per $x=1$ ha il suo valore minimo

$$f(1) = 0,528$$

da cui ricaviamo

$$A_{G,\min} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{1}{\sqrt{T_{nc}}} f(1) = 9,3 \mu V$$

cioè

$$\frac{A_{G,\min}}{A_{o,\min}} = \frac{9,3}{8,8} = 1,056$$

Conclusione: usando invece del filtro adattato un GI con integrazione che inizia a inizio

dell'impulso e ha durata $T_G > T_S$ scelta in modo da ottimizzare il S/N, si ottiene un risultato circa il 5,6% peggiore dell'ottimo.

Possiamo verificare questa conclusione ricavando direttamente l'espressione del rapporto tra $A_{G,\min}$ e $A_{o,\min}$

$$A_{G,\min} = \frac{S_V^{1/2} T_S}{\sqrt{2} T_{nc}} \frac{1}{\sqrt{T_S - T_{nc}}} \frac{\sqrt{T_G} \sqrt{T_S - T_{nc}}}{\left(T_S - T_{nc} e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}} \right)} = A_{o,\min} \frac{\sqrt{T_G} \sqrt{T_S - T_{nc}}}{\left(T_S - T_{nc} e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}} \right)}$$

$$A_{G,\min} = A_{o,\min} \sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} - 1} \frac{\sqrt{\frac{T_G}{T_{nc}}}}{\left(\frac{T_S}{T_{nc}} - e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}} \right)} = A_{o,\min} \sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} - 1} \frac{\sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} + \frac{T_G - T_S}{T_{nc}}}}{\left(\frac{T_S}{T_{nc}} - e^{-\frac{T_G - T_S}{T_{nc}}} \right)}$$

$$A_{G,\min} = A_{o,\min} \sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} - 1} \frac{\sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} + x}}{\left(\frac{T_S}{T_{nc}} - e^{-x} \right)} = A_{o,\min} \sqrt{\frac{T_S}{T_{nc}} - 1} \cdot f(x)$$

con i dati del nostro caso ($T_S = 5 \mu s$ e $T_{nc} = 1 \mu s$, minimo di $f(x) = 0,528$ ottenuto con $x=1$) si conferma il risultato sopra riportato

$$A_{G,\min} = 1,056 A_{o,\min}$$

b3) Analisi comparativa di casi con durata di rampa più lunga, ad esempio $T_S = 50 \mu s$

Esaminando la Fig.4 e tenendo conto che la costante di tempo T_{nc} è indipendente dalla durata T_S , si nota che via via che T_S aumenta l'impulso in uscita del filtro sbiancante diviene progressivamente più simile a un rettangolo. Perciò ci aspettiamo intuitivamente che la realizzazione approssimata del filtro adattato con un GI dia risultati progressivamente migliori all'aumentare della durata T_S .

Una conferma diretta la abbiamo dalla conclusione vista nell'approccio basato su GI con $T_G = T_S$

$$A_{G,\min} = A_{o,\min} \sqrt{\frac{T_S}{T_S - T_{nc}}}$$

che per $T_S = 50 \mu s$ indica $A_{G,\min} = 1,01 \cdot A_{o,\min}$ e cioè un risultato peggiore dell'ottimo solo dello 1%.

c) Filtraggio in presenza di componente 1/f del rumore di corrente S_i

c1) Con il filtraggio visto in (b) confronto del contributo di rumore 1/f con quello di rumore bianco

Teniamo conto ora di una componente 1/f con frequenza caratteristica f_c nel rumore di corrente

$$S_i \frac{f_c}{f}$$

Il filtro sbiancante (vedere punto (a)) cancella il polo prodotto da C_s sostituendovi un polo a

$\omega_{nc} = \frac{1}{T_{nc}}$. Perciò all'uscita dello stadio sbiancante la componente 1/f risulta filtrata passa-basso

$$S_i \frac{\omega_c}{\omega} \frac{1}{\omega^2 C_s^2} \frac{\omega^2 T_{nc}^2}{1 + \omega^2 T_{nc}^2} = \frac{S_i T_{nc}^2}{C_s^2} \frac{\omega_c}{\omega} \frac{1}{1 + \omega^2 T_{nc}^2} = S_v \frac{\omega_c}{\omega} \frac{1}{1 + \omega^2 T_{nc}^2}$$

Lo stadio GI che segue filtra ulteriormente a passa-basso con frequenza di taglio più bassa di f_{nc}

$$f_s \approx \frac{1}{2T_G} \approx \frac{1}{2T_S} \ll \frac{1}{4T_{nc}}$$

Non vi è un esplicito stadio di filtraggio passa-alto e il rumore prodotto dalla componente 1/f viene limitato verso le basse frequenze solo dal taglio implicito dovuto all'azzeramento della linea di base del segnale effettuata prima di iniziare la misura. Posto che vi sia un intervallo $T_a \approx 1000$ s (meno di 20 minuti) tra azzeramento e misura, si ha un taglio passa-alto a $f_i \approx 1/T_a \approx 1/1000 = 0,001$ Hz.

Il contributo $\overline{v_{1/f,G}^2}$ della componente 1/f può essere approssimativamente valutato utilizzando la schematizzazione a tagli netti in frequenza, passa-alto a f_i e passa-basso a f_s

$$\overline{v_{1/f,G}^2} \approx \frac{S_v}{2} \int_{f_i}^{f_s} S_v \frac{f_c}{f} df = S_v f_c \ln \left(\frac{f_s}{f_i} \right)$$

e confrontato con il contributo di rumore bianco calcolato in (b) $\overline{v_{n,G}^2} = \frac{S_v}{2T_G}$

$$\frac{\overline{v_{1/f,G}^2}}{\overline{v_{n,G}^2}} \approx f_c \cdot 2T_G \cdot \ln \left(\frac{f_s}{f_i} \right)$$

Nel caso qui considerato $f_s = \frac{1}{2T_G} = 100$ kHz e $f_i = \frac{1}{T_a} = 0,001$ Hz e si ha

$$\frac{\overline{v_{1/f,G}^2}}{\overline{v_{n,G}^2}} \approx f_c \cdot 2T_G \cdot \ln \left(\frac{T_a}{2T_G} \right) = 18,4$$

Il rumore 1/f risulta risulta nettamente maggiore e quindi dominante.

c2) Filtro aggiuntivo per ridurre il contributo di rumore 1/f

Per ridurre il contributo di rumore 1/f almeno a livello paragonabile con quello di rumore bianco occorre un filtraggio passa-alto che tagli maggiormente il rumore 1/f senza però ridurre significativamente il segnale né degradare il filtraggio del rumore bianco. Nella schematizzazione usata occorre alzare la frequenza f_i di taglio a bassa frequenze in modo che

$$\frac{\overline{v_{1/f,G}^2}}{v_{n,G}^2} \approx f_c \cdot 2T_G \cdot \ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right) = f_c \cdot 2T_G \cdot \ln\left(\frac{1}{f_i 2T_G}\right) \leq 1$$

Con i nostri dati $f_c=100\text{kHz}$ e $T_G=5\mu\text{s}$ occorre avere

$$f_i \geq 36,6 \text{ kHz}$$

Si potrebbe pensare di usare un filtro CR passa-alto con il polo a questa frequenza, naturalmente inserendolo prima del GI, ma considerando il suo effetto sul segnale esso risulta inadatto. Infatti la sua costante di tempo di differenziazione

$$RC = \frac{1}{2\pi f_i} = 4,3 \mu\text{s}$$

sarebbe circa eguale alla durata T_s del segnale quasi rettangolare (vedere Fig.4) e perciò ne modificherebbe sensibilmente la forma e ridurrebbe il valore del segnale acquisito dal GI.

Si può ottenere il filtraggio passa-alto desiderato con l'approccio basato su due misure separate da un breve intervallo T_i e sottrazione di una misura dall'altra. La frequenza di taglio f_i di questo filtraggio passa-alto è determinata dall'intervallo T_i tra le due misure, quindi occorre avere

$$T_i = \frac{1}{f_i} \leq 27,3 \mu\text{s}$$

L'approccio può essere realizzato utilizzando due volte in sequenza il GI già considerato al punto (b). Una acquisizione avviene come già descritto, con T_G che ricopre il segnale quasi rettangolare; l'altra è effettuata prima o dopo il segnale a distanza di tempo T_i . E' possibile utilizzare lo stesso GI per le due acquisizioni, visto che il valore di T_i richiesto è breve, ma comunque maggiore della durata di gate T_G .