PROBLEMA 2

Quadro dei dati

Temperatura del fluido

Valor continuo $T_m < 50$ C da misurare; ha variazioni solo su tempi lunghi >50s

Oscillazione a f_o =1Hz con ampiezza T_o <1C da misurare; ha variazioni solo su tempi lunghi >50s

Termoresistenze Pt100

Valore di riferimento $R_S = 100\Omega$ a T=0C

Coeff. di temperatura $\alpha = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$ /°C

Potenza dissipata $P_d < 40\mu W$

Preamplificatore differenziale

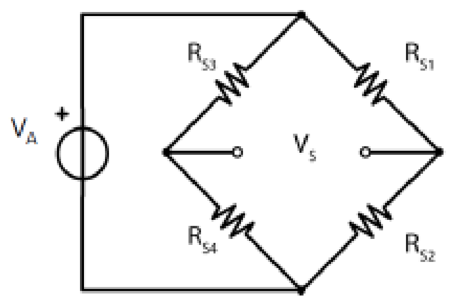
Limite di banda f_{pa} = 10 MHz

densità di rumore

$S_v^{1/2}$ = 80 nV/Hz$^{1/2}$ bianca (unilatera) più componente 1/f con f_c = 100kHz

$S_i^{1/2}$ = 1 pA/Hz$^{1/2}$ bianca (unilatera) più componente 1/f con f_c = 100kHz

(A) Configurazione e fattore di conversione con tensione di alimentazione continua



Configurazione a ponte di Wheatstone con 4 termoresistenze identiche di cui una (R_{S2}) a contatto del fluido alla temperatura T da misurare e le altre (R_{S1} , R_{S3} , R_{S4}) alla temperatura T_R di riferimento (alla quale $R_{S1}=R_{S2}=R_{S3}=R_{S4} = R_S = 100\ \Omega$). Per semplicità consideriamo T_R = 0 C (in realtà si usano spesso altri valori di uso più agevole). Con alimentazione continua V_A la potenza dissipata in un sensore è

$\left(\frac{V_A}{2}\right)^2 \frac{1}{R_S} < P_{d\max} = 40\mu W$ e pertanto occorre $V_A < 2\sqrt{P_{d\max} R_S} = 126 mV$

Scegliamo V_A= 120 mV.

Una differenza $\Delta T = T\text{-}T_R = T$ provoca una variazione di resistenza $\Delta R_{S2} = \alpha\, R_S\, \Delta T = \alpha\, R_S\, T$ e quindi tensione di uscita (sbilanciamento) del ponte

$$V_S = \frac{V_A}{4} \cdot \frac{\Delta R_S}{R_S} = \frac{V_A}{4} \cdot \alpha \Delta T = \frac{V_A}{4} \cdot \alpha T$$

con fattore di trasduzione

$$\frac{dV_S}{dT} = \frac{V_A}{4} \cdot \alpha = 117 \mu V / C$$

Il ponte presenta al preamplificatore differenziale una bassa resistenza di sorgente R_S =100Ω , il contributo del rumore di corrente risulta trascurabile rispetto a quello di tensione

$$R_S^2 S_i = 10^{-20} V^2 / Hz << S_v = 6,4 \cdot 10^{-15} V^2 / Hz$$

$$S_T = S_v + R_S^2 S_i \approx S_v$$

(B) <u>Filtraggi e misure con tensione di alimentazione continua</u>

Per misurare separatamente la continua e la oscillazione utilizziamo l'uscita del preamp collegandola in parallelo a due diversi apparati.

B1) <u>Segnale continuo V_m corrispondente a T_m</u>

Usiamo un filtraggio passabasso per limitare il rumore bianco e il contributo del segnale oscillante, con tempo di media T_F (reciproco della banda) breve rispetto al tempo (50 s) in cui si ha variazione di T_m

$$T_F = 5s << 50s$$

Un passabasso a parametri costanti con lunga RC= T_F = 5s (polo a f_F= 1/2π T_F =0,03 Hz) non è di pratico uso; inoltre attenua il segnale oscillante a f_o=1Hz solo di un fattore $f_F/ f_o \approx 1/30$. Un Gated Integrator (GI) è più facile da realizzare e permette di cancellare il segnale oscillante sfruttando gli zeri della sua funzione peso. Utilizziamo GI con durata T_F = 5s che ha uno zero a f_o=1Hz e banda di rumore

$f_S = 1/2T_F = 0,1 Hz$.

Occorre inserire anche un filtraggio passalto (<u>prima</u> del GI!) per limitare il contributo del rumore 1/f. Un passalto CR a parametri costanti non va bene perchè eliminerebbe il segnale continuo V_m da misurare. Possiamo invece effettuare un azzeramento della linea di base del preamplificatore ogni 20 min, cioè ogni 1200s, equivalente a filtraggio passa-alto con CR≈1200s e quindi con frequenza di taglio passa-alto

$$f_i = 1/2\pi \cdot 1200 \approx 0,00015 \text{ Hz} = 150\mu\text{Hz}$$

I contributi del rumore bianco e del rumore 1/f sono

$$\sqrt{\overline{n_B^2}} = S_v^{1/2}\sqrt{f_S - f_i} \approx S_v^{1/2} f_S^{1/2} = 25,3nV$$

$$\sqrt{\overline{n_f^2}} = S_v^{1/2} f_C^{1/2}\sqrt{\ln\left(\frac{f_S}{f_i}\right)} \approx 64,5\mu V$$

Il rumore 1/f è largamente dominante, il rumore bianco è trascurabile

$$\sqrt{\overline{n_T^2}} = \sqrt{\overline{n_B^2} + \overline{n_f^2}} \approx \sqrt{\overline{n_f^2}} = 64,5\mu V$$

Il minimo segnale misurable è $\Delta V_{m,\min} = \sqrt{\overline{n_T^2}} = 64,5\mu V$ e la corrispondente minima variazione di T_m è

$$\Delta T_{m,\min} = \frac{\Delta V_{m,\min}}{\frac{dV_s}{dT}} = 0,55C$$

Questa misura risulta scadente: la sensibilità non sarebbe adeguata nemmeno per un termometro da usare per misurare la febbre a una persona!

B2) <u>Segnale oscillante V_o corrispondente a T_o</u>

Alla frequenza f_o =1Hz la densita' spettrale efficace $S_{fo}^{1/2}$ del rumore 1/f è molto più elevata del rumore bianco, che al confronto risulta trascurabile

$$S_{fo}^{1/2} = S_f^{1/2}\left(f_o\right) = S_v^{1/2}\sqrt{\frac{f_C}{f_o}} = 25,3\mu V/\sqrt{Hz}$$

Per limitare il rumore occorre un filtraggio che utilizzi solo una banda stretta attorno a f_o =1Hz. A questa bassa frequenza la qualità dei filtri risonanti a parametri costanti è poco soddisfacente, ma si può utilizzare bene un lock-in amplifier (LIA). Come riferimento per il LIA usiamo il segnale ausiliario sincrono che indica la frequenza f_o e la fase del segnale oscillante di cui si vuol misurare l'ampiezza V_o . Come già visto in (B1) per la misura del segnale continuo, il filtro passabasso del LIA va dimensionato in modo che effettui una media su un tempo T_F (reciproco della banda) breve rispetto al tempo (>50 s) in cui si hanno variazioni di T_o , cioè abbia un limite di banda passa-basso $f_F > 0,02$ Hz . Possiamo scegliere un valore eguale a quello del passabasso visto in (B1):

$$f_F = 0,1 Hz$$

Il rapporto $(S/N)^2$ ottenuto con il LIA è il rapporto tra la potenza del segnale

$$P_S = \frac{V_o^2}{2}$$

e la parte in fase con il segnale (cioè metà del totale) della potenza di rumore entro la banda $2f_F$ del LIA

$$P_n = \frac{S_{f0}\, 2 f_F}{2} = S_{f0} f_F$$

Pertanto

$$\frac{S}{N} = \frac{V_o}{\sqrt{2 S_{fo}\, f_F}} = \frac{V_o}{S_{f0}^{1/2}\sqrt{2 f_F}}$$

Il minimo misurabile è

$$\Delta V_{o,\min} = S_{f0}^{1/2}\sqrt{2 f_F} = 11,3 \mu V$$

e la corrispondente minima variazione di T_o è

$$\Delta T_{o,\min} = \frac{\Delta V_{o,\min}}{\frac{dV_s}{dT}} \approx 0,1\ C$$

Nella misura dell'oscillazione di temperatura la sensibilità è un po' migliore, ma risulta ancora piuttosto scarsa.

(C) <u>Configurazione e fattore di conversione con tensione di alimentazione alternata</u>

Si usa una configurazione a ponte di Wheatstone uguale a quella vista in (A), ma con tensione di alimentazione alternata di ampiezza V_B e frequenza f_B da decidere. La potenza dissipata in un sensore è

$$\frac{1}{2}\left(\frac{V_B}{2}\right)^2 \frac{1}{R_S} < P_{d\max} = 40 \mu W$$ e pertanto occorre $$V_B < 2\sqrt{2 P_{d\max} R_S} = 179 mV$$

Scegliamo

V_A= 175 mV

con il vantaggio di ottenere un fattore di trasduzione corrispondentemente migliorato

$$\frac{dV_S}{dT} = \frac{V_A}{4} \cdot \alpha = 170 \mu V / C$$

Principale vantaggio della alimentazione alternata è però quello di spostare il segnale ad una frequenza f_B elevata, alla quale si confronta con una densità spettrale del rumore 1/f minore di quella incontrata alle frequenze basse proprie dell'andamento della temperatura nel tempo (come visto in B). I migliori risultati si ottengono riuscendo ad arrivare a $f_B \gg f_C$, cioè ad una frequenza alla quale la densità spettrale del rumore 1/f è minore (o addirittura trascurabile) rispetto a quella del rumore bianco. Un vantaggio minore si ottiene arrivando a frequenza meno elevata $f_B < f_C$, dato che comunque il rumore 1/f diminuisce al crescere della frequenza.

Nel nostro caso abbiamo f_C = 100kHz e la larga banda del preamplificatore (banda f_{pa} = 10 MHz) consente di utilizzare una f_B elevata. Scegliamo

f_B =1MHz.

(D) <u>Filtraggi e misure con tensione di alimentazione alternata</u>

Con alimentazione in alternata i segnali di temperatura non vengono più semplicemente convertiti in segnali elettrici con lo stesso andamento nel tempo. Essi vengono convertiti in segnali elettrici modulati in ampiezza con portante a frequenza f_B . Pertanto i segnali all'ingresso del preamplificatore si confrontano con lo spettro di rumore intorno alla frequenza f_B , alla quale la componente 1/f è trascurabile e occorre tener conto solo della componente bianca.

Utilizziamo un lock-in amplifier (LIA-2) per trattare i segnali modulati provenienti dal preamplificatore e riportarli in banda base, usando la tensione di alimentazione V_B alla frequenza f_B come segnale di riferimento

Il filtro passabasso (LPF) del LIA-2 deve avere limite di banda f_L sufficiente per passare i segnali da misurare trasdotti riportati in banda base. La frequenza più elevata è quella del segnale oscillante a frequenza f_o =1Hz, quindi occorre $f_L \gg f_o$ =1Hz e perciò scegliamo

f_L = 10 Hz

Indicando con $V_S = V_m + V_o$ il segnale complessivo composto da continua e oscillazione, all'uscita del LPF del LIA-2 si ha un rapporto (S/N)

$$\frac{S}{N} = \frac{V_s}{\sqrt{2 S_v \, f_L}} = \frac{V_s}{\sqrt{2 S_v} \, \sqrt{f_L}}$$

Dunque all'uscita dal LIA-2 troviamo riportati in banda base:

- il segnale continuo con ampiezza V_o
- il segnale oscillante a frequenza f_o con ampiezza V_m
- il rumore con densità spettrale bianca $S_{vL} = 2S_v$ limitata entro la banda f_L del LPF

e all'uscita del LIA-2 si confronta con il segnale $V_S = V_m + V_o$ un rumore di valore efficace

$$\sqrt{\overline{n_L^2}} = S_{vL}^{1/2} \sqrt{f_L} = S_v^{1/2} \sqrt{2} \sqrt{f_L} = 358 \; nV$$

che corrisponde a un errore di temperatura T

$$\sqrt{\overline{\sigma_T^2}} = \frac{\sqrt{\overline{n_L^2}}}{\dfrac{dV_S}{dT}} = 2{,}1 \cdot 10^{-3} C$$

In sintesi, se confrontiamo l'uscita del LIA-2 in questo caso con l'uscita del preamplificatore collegato al ponte di Wheatstone con alimentazione continua vista nella sezione B vediamo gli stessi segnali, ma accompagnati da rumore molto minore, privo di componente 1/f e quindi la sensibilità nella misura di temperatura risulta nettamente migliore.

Per misurare separatamente il segnale continuo V_o e l'oscillazione V_m trattiamo l'uscita del LIA-2 con gli stessi filtri che abbiamo utilizzato nella sezione (B) per trattare l'uscita del preamplificatore. Questi filtri permettono di migliorare ulteriormente il S/N.

D1) <u>Segnale continuo V_m corrispondente a T_m</u>

Usiamo GI come nella sezione (B1): durata T_F = 5s che dà peso zero a f_o=1Hz e banda di filtraggio del rumore

$$f_S = 1/2T_F = 0{,}1 Hz \, .$$

Il valore efficace del rumore risulta ora

$$\sqrt{\overline{n_B^2}} = S_v^{1/2}\sqrt{2}\sqrt{f_S} = 35,8nV$$

e il segnale minimo così misurabile

$$\Delta V_{m,\min} = \sqrt{\overline{n_B^2}} = 35,8nV$$

corrisponde a una variazione di temperatura

$$\Delta T_{m,\min} = \frac{\Delta V_{m,\min}}{\frac{dV_s}{dT}} = 2,1\cdot 10^{-4}C$$

D2) <u>Segnale oscillante V_o corrispondente a T_o</u>

Filtriamo l'uscita del LIA-2 con un altro lock-in amplifier (LIA-3) avente le stesse caratteristiche del LIA visto nella sezione (B2) e utilizzando come riferimento anche in questo caso il segnale ausiliario sincrono all'oscillazione T_o fornito dall'apparato. Per il filtro passabasso del LIA-3 valgono le considerazioni fatte in (B2) e quindi utilizziamo lo stesso limite di banda f_F

$$f_F = 0,1Hz$$

Pertanto

$$\frac{S}{N} = \frac{V_o}{\sqrt{2\cdot 2S_v f_F}} = \frac{V_o}{2S_v^{1/2}\sqrt{f_F}}$$

il minimo misurabile è

$$\Delta V_{o,\min} = 2S_v^{1/2}\sqrt{f_F} = 35,8nV$$

e la corrispondente minima variazione di T_o è

$$\Delta T_{o,\min} = \frac{\Delta V_{o,\min}}{\frac{dV_s}{dT}} = 2,1\cdot 10^{-4}\,C$$