PROBLEMA 2

Quadro dei dati

FOTOMOLTIPLICATORE PMT

Fotocatodo S20, diametro 2cm
Guadagno G $=10^6$
Emissione di catodo al buio: $n_{BM}=10^3$ elettroni/sec
Fattore di eccesso di rumore F=1,5

FOTODIODO PIN IN SILICIO
Diametro area attiva 100 μm
Coefficiente di riflessione R=0,3
Strato n^+ superficiale di spessore $w_n=1$ *micron*
Strato svuotato di spessore $w_i=20$ *micron*
Corrente di buio $I_{BD}=10^{-14}$ A

DIODO LASER
Emissione a λ_1=600nm
Potenza di emissione continua o modulata modulando la corrrente; frequenza di modulazione sceglibile fino a 100kHz
Alternativa da considerare in (C): emissione a λ2=800nm
La potenza ottica riflessa varia su tempi > 0,1s

PREAMPLIFICATORE DI CORRENTE
Rumore di tensione S_{va} : trascurabile data la sorgente ad alta impedenza
Rumore di corrente riferito all'ingresso: $S_{ia}=0{,}01 pA/Hz^{1/2}$ unilatera

RUMORE 1/f

In (D) il rumore S_{ia} ha anche una componente 1/f con frequenza d'angolo caratteristica $f_c= 10kHz$

(A) Calcolo di NEP

La NEP e' definita da

$$NEP = \frac{I_{p,\min}}{S_D}$$

In cui

- $I_{p,\min}$ minima corrente del rivelatore misurabile considerandola limitata solo dal rumore di corrente di buio del rivelatore e operando con banda di filtraggio Δf=1Hz

$$I_{p,\min} = \sqrt{\overline{i_B^2}} = \sqrt{2qI_B\Delta f}$$

- S_D Radiant Sensitivity del rivelatore

$$S_D = \eta_D \frac{\lambda[\mu m]}{1,24}$$ in A/W, con η_D = efficienza quantica di rivelazione

NEP del PMT

La corrente di buio al catodo del PMT $I_{BM} = n_{BM} q = 1,6\cdot 10^{-16} A$ produce un rumore shot con

$$\sqrt{S_{iM}} = \sqrt{2qI_{BM}} = 7,1\cdot 10^{-18}\, A/\sqrt{Hz}$$

quindi con banda di filtraggio Δf=1Hz si ha

$$\sqrt{\overline{i_{BM}^2}} = \sqrt{2qI_{BM}\Delta f} = 7,1\cdot 10^{-18}\, A$$

Nel grafico dato per il catodo S20 a λ_1=600nm si rileva

$S_{DM} = 31\cdot 10^{-3}\, A/W$ corrispondente a efficienza quantica $\eta_{DM} = \dfrac{1,24}{\lambda_1} S_{DM} = 0,064 = 6,4\%$

Pertanto $\quad (NEP)_M = \dfrac{\sqrt{\overline{i_{BM}^2}}}{S_{DM}} = 0,23\cdot 10^{-15} W$

NEP del PIN

La corrente di buio del PIN $I_{BD} = 10^{-14} A$ produce un rumore shot

$$\sqrt{S_{iD}} = \sqrt{2qI_{BD}} = 5,6\cdot 10^{-17}\, A/\sqrt{Hz}$$

Quindi con banda di filtraggio Δf=1Hz si ha

$$\sqrt{\overline{i_{BD}^2}} = \sqrt{2qI_{BD}\Delta f} = 5,6\cdot 10^{-17}\, A$$

L'efficienza quantica η_{DD} del PIN si calcola come prodotto delle probabilità per un fotone

1) probabilità di NON venire riflesso dalla superficie del PIN

2) probabilità di NON essere assorbito nello strato superficiale n+ del PIN di spessore w_n

3) probabilità di essere assorbito nello strato svuotato di spessore w_i

Nel grafico dato per l'assorbimento ottico in silicio a λ_1=600nm si rileva la lunghezza di assorbimento $L_a \approx 2,5\mu m$. Si calcola quindi

$$\eta_{DD} = (1-R)\exp(-w_n/L_a)\left[1-\exp(-w_i/L_a)\right] \approx (1-0,3)\,0,67\,(1-0.0003) = 0,47$$

che corrisponde a Radiant Sensitivity

$$S_{DD} = \eta_{DD}\frac{\lambda_1}{1,24} = 0,227\, A/W$$

Pertanto $\quad (NEP)_D = \dfrac{\sqrt{\overline{i_{BD}^2}}}{S_{DD}} = 0,247\cdot 10^{-15} W$

Confronto tra PIN e PMT in base alla NEP

Il PMT ha NEP migliore (cioè più piccola), ma di poco

$$\frac{(NEP)_M}{(NEP)_D} \approx 0,93$$

Questo risultato è dovuto al fatto che rispetto al PIN il PMT ha minore efficienza quantica (e quindi minore radiant sensitivity), ma anche minore corrente di buio.

(B) <u>Scelta del filtraggio e calcolo della minima potenza misurabile</u>

B1) Scelta del filtraggio

Si tratta di misurare in presenza di rumore bianco un segnale che varia lentamente su tempi di 0,1s o più lunghi, cioè ha un limite di banda intorno a 10Hz. Impieghiamo perciò un filtraggio passa-basso con frequenza di taglio circa una decade maggiore della banda del segnale, cioè con frequenza di taglio per il rumore $f_s \approx 100\ Hz$.

Utilizzando il filtraggio passabasso e indicando con S_{iT} la densità di rumore di corrente totale che si confronta con la fotocorrente di segnale I_p

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{I_p}{\sqrt{\overline{n_{iT}^2}}} = \frac{I_p}{\sqrt{S_{iT} f_s}}$$

Quindi la corrente minima misurabile è

$$I_{p,\min} = \sqrt{\overline{n_{iT}^2}} = \sqrt{S_{iT} f_s}$$

e la corrispondente potenza ottica minima misurabile è

$$P_{p,\min} = \frac{I_{p,\min}}{S_D} = \frac{\sqrt{S_{iT} f_s}}{S_D}$$

B2) Calcolo della minima potenza misurabile con PIN

Il rumore di corrente totale S_{iDT} è semplicemente la somma del rumore di corrente di buio del PIN S_{iD} e del rumore di corrente del preamplificatore riferito al suo ingresso S_{ia} . Il contributo del PIN S_{iD} risulta trascurabile rispetto a quello del preamplificatore

$$\sqrt{S_{ia}} = 10^{-14} A/\sqrt{Hz} \gg \sqrt{S_{iD}} = 5,6 \cdot 10^{-17} A/\sqrt{Hz}$$

$$S_{iDT} = S_{iD} + S_{ia} \approx S_{ia}$$

Quindi

$$I_{pD,\min} = \sqrt{\overline{n_{iT}^2}} = \sqrt{S_{iT} f_s} \approx \sqrt{S_{ia} f_s} = 10^{-13} A = 100 fA$$

$$P_{pD,\min} = \frac{I_{pD,\min}}{S_{DD}} = 4,4 \cdot 10^{-13} W = 440 fW$$

B3) Calcolo della minima potenza misurabile con PMT

In questo caso per ricavare il rumore di corrente totale S_{iMT} occorre riportare al fotocatodo il rumore dell'amplificatore, dividendolo per il fattore G^2 dato dal guadagno del fotomoltiplicatore e per il fattore di eccesso di rumore F (dovuto alla natura statistica del guadagno)

$$S_{iMT} = S_{iM} + \frac{S_{ia}}{FG^2}$$

Si verifica che l'elevato guadagno G=10^6 del PMT rende trascurabile il contributo del rumore del preamplificatore

$$\frac{\sqrt{S_{ia}}}{G\sqrt{F}} \approx 8,1 \cdot 10^{-19} A/\sqrt{Hz} \ll \sqrt{S_{iM}} = 7,1 \cdot 10^{-18} A/\sqrt{Hz}$$

e pertanto

$$S_{iMT} = S_{iM} + \frac{S_{ia}}{FG^2} \approx S_{iM}$$

Quindi

$$I_{pM,\min} = \sqrt{\overline{n_{iT}^2}} = \sqrt{S_{iT} f_s F} \approx \sqrt{S_{iM} f_s F} = 87 \cdot 10^{-18} A$$

$$P_{pM,\min} = \frac{I_{pM,\min}}{S_{DM}} = 2,8 \cdot 10^{-15} W$$

Il PMT risulta nettamente preferibile perchè permette di misurare potenza ottica molto minore di quella raggiungibile con il PIN.

$$\frac{P_{pD,\min}}{P_{pM,\min}} \approx 157$$

Il confronto ora fatto risulta molto diverso da quello fatto in base alla NEP perchè in questo caso si considera il limite di misura raggiungibile in pratica, tenendo conto anche del rumore dei circuiti associati al rivelatore. La NEP invece tiene conto solo del rumore proprio del rivelatore.

(C) <u>Valutazione preliminare della misura con laser a λ_2=840 nm</u>

Rispetto a quello che abbiamo visto, esaminiamo cosa cambierebbe nel caso si utilizzassero gli stessi rivelatori e circuiti, ma si sostituisse il diodo laser con un altro a diversa lunghezza d'onda λ_2=840 nm.

Riguardo le sorgenti di rumore e i filtraggi nulla cambierebbe, quindi rimarrebbero validi i risultati ottenuti per le minime correnti misurabili.

Invece le radiant sensitivity (e le efficienze quantiche) cambierebbero notevolmente.

<u>PMT con catodo S20</u>

si rileva dal grafico che a λ_2=840 nm si ha $S_{DM} = 0,7 \cdot 10^{-3} W/A$ (e $\eta_{DM} = 0,001 = 0,1\%$).

Rispetto al caso precedente S_{DM} diminuisce del fattore $31/0,7 \approx 44,4$

la potenza ottica minima misurabile $P_{pM,\min}$ <u>aumenta dello stesso fattore 44,4</u> e quindi diviene

$$P_{pM,\min} \approx 124 \cdot 10^{-15} W$$

<u>PIN</u>

si rileva dal grafico che a λ_2=840 nm si ha $L_a \approx 23\mu m$. Quindi si avrebbe

$$\eta_{DD} = (1-R)\exp(-w_n/L_a)\left[1-\exp(-w_i/L_a)\right] \approx (1-0,3)0,96(1-0.42) = 0,39$$

che corrisponde a Radiant Sensitivity

$$= S_{DD} = \eta_{DD}\frac{\lambda_1}{1,24} = 0,264\ A/W$$

Rispetto al caso precedente S_{DD} aumenta del fattore $0,264/0,227 \approx 1,16$

la potenza ottica minima misurabile $P_{pD,\min}$ <u>diminuisce dello stesso fattore 1,16</u>

<u>In conclusione</u>: anche per la misura effettuata a λ_2=840nm il PMT offre migliore sensibilità del PIN, ma il divario si riduce notevolmente a causa delle diverse variazioni della sensibilità radiante rispetto alla misura effettuata a λ_1=600nm: una forte diminuzione per il PMT e un lieve aumento sensibile per il PIN

$$\left(\frac{P_{pD,\min}}{P_{pM,\min}}\right)_{840nm} = \frac{1}{51,5}\left(\frac{P_{pD,\min}}{P_{pM,\min}}\right)_{600nm} \approx 3,05$$

(D) <u>Misure con PIN in presenza di rumore 1/f</u>

Alla componente bianca si aggiunge S_{ia} si aggiunge la componente 1/f e la densità totale è ora

$$S_{iT} = S_{ia} + \frac{S_{ia} f_c}{f}$$

D1) Misure con azzeramento iniziale

Con l'azzeramento dell'offset a inizio del ciclo di 15 minuti si introduce un filtraggio passa-alto con frequenza di taglio $f_i \approx 10^{-3}\ Hz$. Data la notevole distanza tra i limiti di banda si può valutare il contributo 1/f con l'approssimazione a taglio netto

$$\overline{n_f^2} = S_{ia} f_c \ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right) \approx \overline{n_{ia}^2} \frac{f_c}{f_s} \ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right) \approx \overline{n_{ia}^2} \cdot 115$$

si rileva che il contributo di rumore 1/f è assai maggiore del rumore bianco

$$\sqrt{\overline{n_f^2}} = \sqrt{\overline{n_{ia}^2}}\sqrt{115} \approx 10,7\sqrt{\overline{n_{ia}^2}} = 1,07 \cdot 10^{-12} A$$

e la potenza ottica minima aumenta corrispondentemente

$$P_{pD,\min f} \approx \frac{\sqrt{\overline{n_f^2}}}{S_{DD}} = 4,7 \cdot 10^{-12} W$$

D2) Misure con potenza ottica modulata

Sovrapponendo alla corrente di polarizzazione costante del diodo laser una corrente modulata sinusoidalmente a frequenza f_m si modula alla stessa frequenza parte della luce emessa. Scegliendo la frequenza in modo che sia $f_m > f_c$ si porta il segnale fuori dalla regione spettrale in cui il rumore 1/f è più intenso del rumore bianco: ad esempio, possiamo scegliere $f_m = 40kHz$.

Derivando un segnale di riferimento dalla corrente sinusoidale che modula il diodo laser, si può quindi usare un lock-in amplifier (LIA) per filtrare a banda stretta segnale e rumore. Per poter osservare le variazioni della potenza ottica, occorre che il filtro passabasso del LIA abbia una frequenza di taglio f_L più elevata della banda di queste variazioni. Analogamente a quanto visto in (B), scegliamo $f_L=1Hz$.

Il LIA seleziona le componenti di segnale e rumore in frequenza e in fase. In frequenza seleziona le componenti entro una banda $2f_L$ centrata sulla frequenza f_m e in fase seleziona quelle che hanno fase eguale al riferimento. Pertanto all'uscita del LIA il segnale sinusoidale con ampiezza I_{pm} contribuisce con tutta la sua potenza $I_{pm}^2/2$ e il rumore con la potenza $S_{iT}(f_m) f_L \approx S_{ia} f_L$ cioè con metà della sua potenza entro la banda $2f_L$. Si ottiene

$$\frac{S}{N} = \frac{I_{pm}}{\sqrt{2S_{ia}f_L}}$$

e quindi il minimo segnale di corrente modulata misurabile è

$$I_{pm,\min} = \sqrt{2}\sqrt{S_{ia}f_L} = 141 \cdot 10^{-15} A$$

La minima potenza ottica modulata misurabile risulta quindi

$$P_{pm,\min} = \frac{I_{pm,\min}}{S_{DD}} = 0,62 \cdot 10^{-12} W$$

e rispetto a quella quella calcolata in (B) per il caso di solo rumore bianco risulta poco maggiore, precisamente solo del fattore $\sqrt{2} = 1,41$