

PROBLEMA 2

Quadro dei dati

DIODO LASER

Potenza $P_L > 1mW$ a $\lambda_L = 800nm$ costante o modulabile fino a $f_L = 100kHz$

FOTODIODO PIN

Efficienza quantica $\eta_D = 0,40$ a $\lambda_L = 800nm$

quindi Radiant Sensitivity $S_D = \eta_D \frac{\lambda[\mu m]}{1,24} = 0,258 \frac{A}{W}$

PREAMPLIFICATORE DI CORRENTE

Rumore bianco a larga banda $f_a = 1MHz$

$\sqrt{S_i} = 0,01 pA/\sqrt{Hz}$ unilatera (cioè $\sqrt{S_{ib}} = \sqrt{\frac{S_i}{2}} = 0,007 pA/\sqrt{Hz}$ bilatera)

Componente 1/f con frequenza d'angolo caratteristica $f_c = 1kHz$

$\sqrt{S_v}$ trascurabile dato che la sorgente è ad alta impedenza

Amplificazione sufficiente a considerare trascurabile il rumore dell'elettronica impiegata dopo il preamplificatore

POTENZA OTTICA TRASMESSA

Componente continua con ampiezza P_s

Componente oscillante a frequenza $f_o = 1Hz$ con ampiezza P_o ; è disponibile un segnale di riferimento che indica frequenza e fase dell'oscillazione

Le ampiezze sono quasi costanti, cioè variano su tempi $> 500s$

(A) MISURE CON LASER COSTANTE E RUMORE BIANCO

Componente continua

ha banda dell'ordine di 0,002Hz, quindi per seguirne e misurarne le variazioni usiamo un filtro passabasso con frequenza di taglio per il rumore

$$f_s \approx 0,01Hz$$

Il rumore in uscita del filtro e quindi la minima corrente misurabile $I_{s,min}$ risultano

$$\sqrt{n_{ic}^2} \approx \sqrt{S_i} \sqrt{f_s} = 10^{-15} A = 1fA = I_{s,min}$$

e la minima potenza ottica misurabile è

$$P_{s,min} = \frac{I_{s,min}}{S_D} = 3,9 \cdot 10^{-15} W = 3,9 fW$$

Componente oscillante

a frequenza $f_o = 1Hz$ ha larghezza di banda dell'ordine di 0,002Hz.

Non impieghiamo un filtro passabanda a parametri costanti, perchè a frequenza così bassa ha banda piuttosto larga. Impieghiamo un Lock-in Amplifier (LIA) utilizzando il riferimento disponibile. Per

seguire e misurare le variazioni di ampiezza dell'oscillazione usiamo per il filtro passabasso del LIA la stessa frequenza di taglio $f_s \approx 0,01\text{Hz}$. Il S/N del LIA è dato dal rapporto tra la totale potenza del segnale di corrente oscillante (che è in fase con il riferimento) e metà della potenza di rumore nella banda del filtro (data la selezione delle componenti del rumore in fase con il riferimento)

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{I_o}{\sqrt{2S_i f_s}}$$

La minima ampiezza misurabile è quindi

$$I_{o,\min} = \sqrt{2S_i f_s} = 1,4\text{ fA}$$

cui corrisponde la potenza ottica

$$P_{o,\min} = \frac{I_{o,\min}}{S_D} = 5,5\text{ fW}$$

(B) MISURE CON LASER COSTANTE E RUMORE 1/f

Componente continua

Per limitare l'effetto del rumore 1/f nella misura della componente continua si fa un azzeramento della linea di base a inizio del ciclo di misura (F-CDS Filtered Correlated Double Sampling). Si introduce così un taglio passa-alto a frequenza f_i data circa dal reciproco della durata del ciclo di misura 2h 45', cioè circa 10000 secondi.

$$f_i \approx 10^{-4}\text{ Hz}$$

Dato che questa frequenza di taglio è 2 decadi inferiore al taglio superiore, possiamo valutare l'effetto del rumore 1/f con l'approssimazione a tagli netti in frequenza

$$\sqrt{n_{fc}^2} \approx \sqrt{S_i} \sqrt{f_c} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)} = \sqrt{S_i} \sqrt{f_s} \sqrt{\frac{f_c}{f_s}} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)} = \sqrt{n_{ic}^2} \sqrt{\frac{f_c}{f_s}} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)}$$

Cioè

$$I_{s,\min} = \sqrt{n_{fc}^2} \approx 678 \sqrt{n_{ic}^2} = 678\text{ fA}$$

e quindi

$$P_{s,\min} = \frac{I_{s,\min}}{S_D} \approx 2,6\text{ pW}$$

Componente oscillante

Il filtraggio dato dal LIA è a banda stretta e quindi limita l'effetto del rumore 1/f. Il centro f_o della banda di filtraggio però si trova nella zona spettrale dove il rumore 1/f risulta dominante. Il rumore all'uscita dal LIA risulta pertanto assai maggiore di quello calcolato in A con il solo rumore bianco e la potenza ottica minima è corrispondentemente maggiore.

La densità spettrale alla frequenza f_o è

$$\sqrt{S_i + S_i \frac{f_c}{f_o}} = \sqrt{S_i} \sqrt{1 + \frac{f_c}{f_o}} \approx 31,6 \sqrt{S_i}$$

Perciò si ha ora

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{I_o}{31,6 \cdot \sqrt{2S_i f_s}}$$

$$I_{o,\min} = 31,6 \sqrt{2S_i f_s} \approx 44 fA$$

cui corrisponde la potenza ottica

$$P_{o,\min} = \frac{I_{o,\min}}{S_D} \approx 171 fW$$

(C) MISURA CON LASER MODULATO DELLA COMPONENTE CONTINUA IN PRESENZA DI RUMORE 1/f

Moduliamo parte della corrente del laser (e quindi della potenza ottica emessa) a una frequenza elevata, fuori dalla zona spettrale in cui il rumore 1/f è dominante sul rumore bianco, p.es. a

$$f_m = 40 kHz$$

Il segnale di corrente del PIN generato dalla componente continua della trasmissione ottica attraverso il fluido viene così portato alla frequenza $f_m = 40 kHz$ prima di mescolarsi con il rumore del preamplificatore, quindi si confronta praticamente solo con la componente spettrale di rumore bianco S_i .

Impieghiamo un LIA utilizzando come riferimento il comando della modulazione del laser. Per seguire e misurare le variazioni di ampiezza dell'oscillazione usiamo per il filtro passabasso del LIA ancora la frequenza di taglio $f_s \approx 0,01 Hz$. Indicando con I_s l'ampiezza del segnale di corrente oscillante abbiamo

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{I_s}{\sqrt{2S_i f_s}}$$

La minima ampiezza misurabile è

$$I_{s,\min} = \sqrt{2S_i f_s} = 1,4 fA$$

cui corrisponde la potenza ottica

$$P_{s,\min} = \frac{I_{s,\min}}{S_D} = 5,5 fW$$

Il risultato è molto migliore rispetto a quanto visto in B appunto perchè la modulazione del laser ha portato il segnale fuori dalla zona spettrale in cui domina il rumore 1/f, permettendo di recuperarlo mediante un filtraggio a banda stretta praticamente con il solo apporto del rumore bianco entro la banda.

(D) MISURA CON LASER MODULATO DELLA COMPONENTE OSCILLANTE IN PRESENZA DI RUMORE 1/f

La componente oscillante della trasmissione attraverso il fluido è rappresentata nel dominio di Fourier da una riga spettrale a f_o . Quindi la modulazione del laser a frequenza f_m sposta in frequenza il segnale dovuto alla trasmissione oscillante, che risulta ora composto di due righe spettrali alle frequenze

$$f_m \pm f_o$$

Impiegando un LIA che utilizza come riferimento il comando della modulazione del laser alla frequenza f_m , il moltiplicatore del LIA sposta in frequenza queste righe, rispettivamente in giù portandole a $\pm f_o$ ed in su portandole a $2f_m \pm f_o$.

Se si impiega per il filtro passabasso del LIA il taglio $f_s \approx 0,01Hz$ come in C, esso taglia non solo le righe ad alta frequenza $2f_m \pm f_o$ ma anche quelle in bassa frequenza a $\pm f_o$. Per avere disponibile in uscita dal LIA il segnale oscillante a f_o dobbiamo impiegare un passabasso con taglio più alto di f_o , p.es. $f_{s1} = 10f_o = 10Hz$. Indichiamo con LIA1 questo LIA con filtro passabasso a taglio allargato. Questo allargamento della banda di un fattore 1000 fa passare all'uscita del LIA più rumore, diminuendo così di un fattore ≈ 32 il S/N nella misura di ampiezza dell'oscillazione.

Per evitare questa degradazione del S/N, si può elaborare ulteriormente l'uscita del LIA1 utilizzando un secondo Lock-in-amplifier, che chiamiamo LIA2. Diamo a LIA2 come ingresso l'uscita di LIA1 e come segnale di riferimento quello che abbiamo già utilizzato in A, cioè quello che porta l'informazione di frequenza f_o e fase dell'oscillazione della trasmissione ottica.

Osserviamo passo passo gli spostamenti in frequenza prodotti dalla modulazione a frequenza f_m del laser e dalla demodulazione effettuata dal LIA1 con il riferimento a frequenza f_m . Si nota che:

- la densità spettrale di rumore bianco S_i , che all'ingresso di LIA1 è centrata sulla frequenza f_m , all'uscita di LIA1 viene portata in bassa frequenza, nella banda f_{s1} definita dal filtro passabasso di LIA1
- per l'effetto di "spectrum folding", la densità spettrale all'uscita di LIA1 risulta raddoppiata $2S_i$.
- il segnale viene riportato alla frequenza $\pm f_o$ con la sua ampiezza corretta

Pertanto LIA2 riceve in ingresso

- il segnale oscillante a frequenza f_o con ampiezza I_o
- uno spettro di rumore bianco con densità $2S_i$ limitato in banda fino a f_{s1}

Per misurare l'ampiezza del segnale oscillante possiamo utilizzare nel LIA2 il filtro passabasso con taglio $f_s \approx 0,1Hz$ e otteniamo

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{I_o}{\sqrt{4S_i f_s}}$$

La minima ampiezza misurabile è quindi

$$I_{o,\min} = \sqrt{4S_i f_s} \approx 2fA$$

e ad essa corrisponde la potenza ottica

$$P_{o,\min} = \frac{I_{o,\min}}{S_D} 7,7 fW$$