

## PROBLEMA 1

### Quadro dei dati

#### **FIBRA OTTICA**

$a_{dB} = 2,5$  dB/km attenuazione del segnale trasmesso (dB di potenza)

$R=1\%$  frazione di luce riflessa dai giunti della fibra

$v_p = 20$  cm/ns velocità di propagazione

#### **DIODO LASER**

$\lambda = 850$  nm lunghezza d'onda

$T_L = 100$  ns durata dell'impulso rettangolare

$P_L = 1$  mW potenza dell'impulso laser

tasso di ripetizione  $r_L$  dell'impulso laser regolabile fino al massimo 10000 impulsi/secondo

**FOTORIVELATORE:** fotodiode PIN in Silicio

$\eta = 0,75$  efficienza quantica di rivelazione

$I_b = 1$  pA corrente di buio

#### **IMPEDENZA DI CARICO**

$R_L = 500 \Omega$  con in parallelo  $C_L = 2$  pF

#### **PREAMPLIFICATORE**

$f_{pa} = 250$  MHz banda passante di rumore limitata da polo semplice con costante di tempo  $\tau_{pa} = 1$  ns

$\sqrt{S_{va}} = 1$  nV/ $\sqrt{Hz}$  rumore di tensione equivalente all'ingresso

$\sqrt{S_{ia}} = 1$  pA/ $\sqrt{Hz}$  rumore di corrente equivalente all'ingresso

#### **PREMESSA: RELAZIONI TRA SEGNALE DI CORRENTE MISURATO, POTENZA OTTICA, ATTENUAZIONE DELLA FIBRA, LUNGHEZZA DI FIBRA INTERESSATA**

$I_S$  segnale di corrente nel fotodiode

$P_S$  potenza ottica incidente sul fotodiode

Responsività del fotodiode  $S_D = \frac{I_S}{P_S} = \eta \frac{\lambda}{1,24} = 0,51 \frac{A}{W}$

$P_R = 0,01 P_L = 10 \mu W$  valore della potenza ottica che sarebbe riflessa da un giunto in fibra e ricevuta dal fotodiode se non vi fosse attenuazione della fibra

$A = \frac{P_R}{P_S}$  attenuazione data dalla fibra

$$A_{dB} = 10 \log_{10} A = 10 \log_{10} \left( \frac{P_R}{P_S} \right) \quad \text{attenuazione espressa in dB}$$

$L = \frac{A_{dB}}{2\alpha_{dB}}$  lunghezza del tratto di fibra dall'inizio al giunto riflettente. Il fattore 2 ci vuole perchè il tratto è percorso due volte, in andata e in ritorno

**(A) Misura effettuata sull'uscita del preamplificatore non filtrata**

**A1) Minimo segnale misurabile e lunghezza di fibra esplorata**

La densità di rumore di corrente totale data dall'elettronica è

$$S_{iT} = S_{ia} + \frac{4kT}{R_L} + \frac{S_{va}}{R_L^2} = (1 pA/\sqrt{Hz})^2 + (5,6 pA/\sqrt{Hz})^2 + (2 pA/\sqrt{Hz})^2 \approx (6 pA/\sqrt{Hz})^2$$

e rispetto a questa la densità di corrente di rumore  $S_{id}$  del rivelatore risulta trascurabile

$$S_{id} = 2qI_p = 32 \cdot 10^{-32} A^2/Hz \approx (5,6 \cdot 10^{-4} pA/\sqrt{Hz})^2$$

Il rumore è soggetto a un filtraggio passabasso dato dal carico  $R_L C_L$  e dal limite di banda del preamplificatore. Sono entrambi filtri a un polo semplice e i due poli sono eguali,  $R_L C_L = \tau_{pa} = 1ns$ : la banda passante per il rumore quindi è

$$f_{ip} = \frac{1}{8R_L C_L} \approx 125 MHz$$

e il rumore risulta

$$\sqrt{n_i^2} = \sqrt{S_{iT} f_{ip}} = 67 nA$$

Nota: la componente di rumore data dal generatore equivalente di tensione in verità viene filtrata solo dalla banda del preamplificatore e non dal carico  $R_L C_L$ , quindi per esso la banda passante è  $1/4R_L C_L$ . Il suo contributo così rivalutato sarebbe un po' maggiore di quanto abbiamo calcolato, ma rimarrebbe comunque secondario e aumenterebbe di poco (circa il 5%) la valutazione del rumore totale

Il segnale di riflessione minimo misurabile in queste condizioni è

$$I_{s,min} = \sqrt{n_i^2} = 67 nA$$

La potenza ottica minima corrispondente è

$$P_{S,min} = \frac{I_{s,min}}{S_D} = 131,5 nW$$

Quindi l'attenuazione massima misurabile è

$$A_{\max} = \frac{P_R}{P_{S,\min}} = 76 \quad \text{cioè} \quad A_{dB,\max} = 10 \log_{10} A_{\max} = 18,8 \text{ dB}$$

La distanza massima dall'inizio fibra di un giunto misurabile è

$$L_{\max} = \frac{A_{dB,\max}}{2a_{dB}} \approx 3,76 \text{ km}$$

### A2) Minima distanza tra giunti osservabili separati

Dato che non viene usato alcun filtro sull'uscita del preamplificatore, il segnale osservato ha ancora forma rettangolare. Per poter osservare individualmente due segnali di riflessione consecutivi occorre che l'inizio del secondo avvenga dopo che il primo è terminato, quindi il ritardo  $t_R$  del secondo rispetto al primo deve essere

$$t_R \geq T_L$$

Il secondo giunto dunque deve essere separato dal primo almeno da una distanza  $L_{R1}$  che produca questo ritardo

$$L_{R1} = \frac{T_L v_p}{2} = 10 \text{ m}$$

### **(B) Misura con filtro a parametri costanti sull'uscita del preamplificatore**

#### B1) Minimo segnale misurabile e lunghezza di fibra esplorata

Per scegliere il filtro possiamo considerare il rumore approssimativamente bianco, dato che il suo spettro è costante fino a un limite di banda  $f_{ip}=125\text{MHz}$  molto maggiore della banda  $f_L$  del segnale

$$f_L = 1/2T_L = 5\text{MHz}$$

Con rumore bianco il filtraggio ottimo perciò deve avere funzione peso uguale al segnale. Un filtro a parametri costanti che la realizza in questo caso è un integratore a media mobile con durata di integrazione  $T_L=100\text{ns}$  ("mobile-mean integrator" MI o "running integrator" RI). In queste condizioni abbiamo:

banda di filtraggio per il rumore

$$f_i = f_L = 1/2T_L = 5\text{MHz}$$

Perciò vengono ridotti del fattore  $\sqrt{f_{pa}/f_i} = 5$  il rumore riportato all'uscita del fotodiode

$$\sqrt{n_{io}^2} = \sqrt{S_{iT} f_i} = 13,4 \text{ nA}$$

e di conseguenza il segnale di riflessione minimo misurabile

$$I_{s,\min} = \sqrt{n_{io}^2} = 13,4 \text{ nA}$$

e la potenza ottica minima corrispondente

$$P_{S,\min} = \frac{I_{S,\min}}{S_D} = 26,3 \text{ nW}$$

Quindi l'attenuazione massima misurabile aumenta dello stesso fattore arrivando a

$$A_{\max} = \frac{P_R}{P_{S,\min}} = 380$$

ovvero in dB si migliora di  $10 \log 5 = 7 \text{ dB}$  arrivando a

$$A_{dB,\max} = 10 \log_{10} A_{\max} = 25,8 \text{ dB}$$

e la distanza massima dall'inizio fibra di un giunto osservabile aumenta di  $\frac{10 \log 5}{5} = 1,4 \text{ km}$  cioè si arriva a

$$L_{\max} = \frac{A_{dB,\max}}{2a_{dB}} \approx 5,16 \text{ km}$$

## B2) Minima distanza tra giunti osservabili separati

Il segnale osservato all'uscita del running integrator ha forma triangolare simmetrica, con durata  $2T_L=200\text{ns}$  alla base. Per poter osservare individualmente due segnali di riflessione consecutivi occorre che l'inizio del secondo avvenga dopo che il primo è terminato, quindi il ritardo  $t_R$  del secondo rispetto al primo deve essere

$$t_R \geq 2T_L$$

Il secondo giunto deve essere separato dal primo almeno da una distanza  $L_{R2}$  che produca questo ritardo

$$L_{R2} = \frac{2T_L v_p}{2} = 20 \text{ m}$$

## (C) Misura con Gated Integrator sull'uscita del preamplificatore

### C1) Minimo segnale misurabile e lunghezza di fibra esplorata

Un Gated Integrator (GI) con durata di acquisizione  $T_G=T_L$  realizza una funzione peso ottimale come quella del Mobile-mean Integrator MI. Il filtraggio è equivalente a quello del MI e quindi le conclusioni quantitative sono le stesse.

### C2) Come va eseguita la misura utilizzando un GI

Vi è però una differenza importante per l'effettuazione delle misure nei due casi del MI e del GI.

Effettuazione della misura con MI:

con un singolo impulso laser si può osservare tutta la forma d'onda della risposta della fibra filtrata dall'integrazione, individuando tutte le riflessioni e i loro ritardi rispetto al lancio dell'impulso laser.

Effettuazione della misura con GI:

nella risposta a un singolo impulso laser si può rilevare solo un valore, quello corrispondente al ritardo  $T_1$  dell'inizio della integrazione rispetto al lancio dell'impulso laser. Per avere la misura di tutta la forma d'onda occorre rilevarla per punti, utilizzando una sequenza di impulsi laser per effettuare una sequenza di misure con il GI. Nella sequenza di misure occorre utilizzare una sequenza di ritardi  $T_1$  con cui comandare il GI, in modo da rilevare una serie di valori che descrivono per punti la forma d'onda della risposta della fibra.

C3) Intervallo di tempo tra i campioni rilevati

L'intervallo di tempo  $T_S$  tra i successivi campioni da utilizzare per rilevare la forma d'onda della risposta dipende dalle componenti in frequenza di questa forma d'onda. Nel nostro caso si tratta di una forma triangolare simmetrica con base di durata  $T_L$ , che ha come trasformata di Fourier

$$\sin^2[\pi fT] = \left[ \frac{\sin(\pi fT_L)}{\pi fT_L} \right]^2$$

Considerando trascurabili le componenti con ampiezza inferiore a 1% del massimo, la frequenza massima da tener in conto è  $f_h \approx 3/T_L$ . Il teorema del campionamento ci indica che occorre utilizzare una frequenza di campionamento

$$f_s \geq 2f_h \approx 6/T_L \approx 60\text{MHz} \quad \text{cioè avere un intervallo tra campioni} \quad T_s \leq T_L/6 \approx 16\text{ns}$$

### **(D) Misura effettuata con Gated Integrator sull'uscita del preamplificatore facendo la media di acquisizioni ripetute**

D1) Filtraggio e risultati

Per ogni punto misurato, cioè per ogni valore del ritardo  $T_1$  con cui si fa iniziare l'integrazione dal GI si possono effettuare  $N$  acquisizioni e farne la media (somma dei campioni/numero dei campioni). I contributi di rumore nelle varie acquisizioni sono incorrelati tra loro, quindi si sommano quadraticamente e pertanto:

- il rapporto S/N migliora del fattore  $\sqrt{N}$
- il segnale minimo misurabile si riduce del fattore  $\sqrt{N}$
- l'attenuazione massima aumenta del fattore  $\sqrt{N}$
- ovvero l'attenuazione massima misurata in dB ha un incremento  
 $\Delta A_{dB} = 10 \log \sqrt{N}$
- la distanza massima in fibra corrispondentemente aumenta di una quantità  
 $\Delta L_{\max} = \frac{\Delta A_{dB}}{2a_{dB}}$

Per arrivare a esplorare la fibra fino a 10km dall'inizio l'incremento richiesto è

$$\Delta L_{\max} \approx 5km$$

perciò occorre ottenere

$$\Delta A_{dB} = \Delta L_{\max} 2a_{dB} \approx 25dB$$

e per questo occorre mediare un numero di campioni

$$N \geq \left[ 10^{\frac{\Delta A_{dB}}{10}} \right]^2 \approx 10^5 = 100000$$