

**PROBLEMA 2****Quadro dei dati**

Termosensore a diodi p-n:

Potenza dissipabile nel sensore limitata  $P_d < 100\mu\text{W}$

Preamplificatore differenziale di tensione:

resistenze di ingresso da considerare  $\rightarrow \infty$ :

generatori di rumore riferiti a ciascun ingresso

$\sqrt{S_{V_a}} = 30\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  (unilatera) e componente 1/f con frequenza d'angolo  $f_c = 100\text{ kHz}$

$\sqrt{S_{i_a}} = 0,1\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$  (unilatera)

**A) Principio del sensore e sua progettazione****A1 - Principio di funzionamento e alternative di progetto dei sensori**

Caratteristica I-V dei diodi  $I = I_s (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$

Polarizzando la giunzione con  $\frac{I}{I_s} \gg 1$  è bene approssimabile con  $I = I_s e^{\frac{qV}{kT}}$ . Pertanto si ha

$V = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_s}\right)$  tensione dipendente da T, ma in modo non ben noto nè riproducibile perchè

$I_s$  è fortemente dipendente da T.

Utilizzando due diodi eguali (con eguale  $I_s$ , realizzati nello stesso chip con lo stesso processo tecnologico) e polarizzandoli con correnti stazionarie  $I_1$  e  $I_2$  ben controllate e diverse si ottiene

$V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$  tensione dipendente linearmente da T, dato che  $I_2/I_1$  è indipendente da T

Notando che la tensione di un diodo dipende in realtà dalla densità di corrente  $j = \frac{I}{A}$  (con A area della giunzione)

$j = j_s (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$

vediamo che si ha

$V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{j_1}{j_2}\right) = \frac{kT}{q} \left[ \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) \right]$

Si conclude che si può ottenere un sensore che fornisca  $V_1 - V_2 \propto T$

- con diodi di eguale area A polarizzati a correnti diverse  $I_1$  e  $I_2$
- oppure con diodi di aree diverse  $A_1$  e  $A_2$  polarizzati a eguale corrente I

**A2 - Configurazione circuitale**

I due diodi hanno un terminale (p.es. il catodo) connesso a massa (o a una tensione di polarizzazione comune) e sono polarizzati da generatori di corrente connessi all'altro elettrodo (anodo). L'amplificatore differenziale preleva ai due ingressi le tensioni  $V_1$  e  $V_2$  dei due diodi.

**A3 - Limitazione dell'autoriscaldamento delle giunzioni**

Per limitare l'autoriscaldamento dei diodi occorre usare correnti di polarizzazione  $I$  piccole, dell'ordine di non molti  $\mu\text{A}$ , che risultano comunque molto maggiori delle correnti di saturazione  $I_S$  (che sono ben inferiori a  $1\text{pA}$ ) e quindi mantengono valida l'approssimazione usata per la caratteristica I-V. I diodi sono perciò polarizzati nella zona del "ginocchio" della caratteristica, cioè a tensione approssimativamente costante  $V \approx 600\text{mV}$ . La potenza dissipata vale quindi

$$P_d = V \cdot I \approx 0,6V \cdot I$$

e quindi occorre avere

$$I \leq \frac{P_{d,\max}}{0,6V} = \frac{100\mu\text{W}}{0,6V} = 166\mu\text{A}$$

Scegliamo  $I_1 = 100\mu\text{A}$   $I_2 = 10\mu\text{A}$

**A4 - Costante di conversione**

$$V_m = V_1 - V_2 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{kT}{q}$$

Valutiamo  $\frac{k}{q} = \frac{kT}{q} \frac{1}{T} = \frac{25\text{mV}}{300\text{K}} = 83,3 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}}$  e quindi ricaviamo il valore della costante di

conversione

$$\frac{dV_m}{dT} = \frac{k}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{k}{q} = 191,6 \mu\text{V} / \text{K}$$

**B) Errore dovuto al rumore bianco**

Per calcolare il rumore totale di tensione a ciascun ingresso convertiamo i generatori di rumore di corrente in generatori di tensione. Per questo occorre considerare i valori di resistenza dei diodi

$$R_D = \frac{dV}{dI} = \frac{kT}{qI} \quad \text{quindi} \quad R_{D1} = 250 \Omega \quad R_{D2} = 2500 \Omega$$

Il rumore shot di corrente  $S_i$  di ciascun diodo

$$S_i = 2qI$$

viene convertito in un rumore di tensione  $S_v$  all'ingresso corrispondente

$$S_v^{1/2} = R_D S_i^{1/2} = \frac{kT}{q} \sqrt{\frac{2q}{I}} \quad \text{quindi} \quad S_{v1}^{1/2} = 1,4nV / \sqrt{Hz} \quad S_{v2}^{1/2} = 4,5nV / \sqrt{Hz}$$

Concludiamo che a entrambi gli ingressi il contributo di rumore shot del diodo risulta trascurabile rispetto al rumore di tensione  $S_{Va}$  dell'amplificatore.

Risulta trascurabile anche l'effetto del rumore di corrente  $S_{ia}$  dell'amplificatore, che produce contributi di rumore di tensione ancora più piccoli (con densità efficace inferiore a  $1nV / \sqrt{Hz}$ ).

Valutiamo quindi l'effetto del rumore bianco considerando il rumore di tensione dell'amplificatore. Avendo segnale in continua e rumore a larga banda, per limitare il rumore utilizziamo un filtro passabasso. Dovendo rilevare segnali con variazioni su tempi di circa 1s usiamo un filtro con banda di rumore

$$f_s = 10 \text{ Hz}$$

Tenuto conto del rumore ai due ingressi abbiamo

$$\sqrt{v_m^2} = \sqrt{2} \sqrt{S_{Va}} \sqrt{f_s} = 134nV$$

e quindi un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{v_m^2}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0007 \text{ K} = 0,7m \text{ K}$$

### C) Errore in presenza di rumore 1/f

L'azzeramento della linea di base produce sul rumore  $1/f$  l'effetto di Correlated Double Sampling (CDS) con intervallo di tempo  $\approx 1000s$  e quindi di un filtraggio passa-alto con frequenza di taglio  $f_i \approx 0,001 \text{ Hz}$ . Valutiamo il contributo del rumore  $1/f$  limitato dal filtraggio passabasso e dal CDS utilizzando l'approssimazione con taglio di banda netto. Tenendo conto dei due contributi dati dai due ingressi e dell'effetto del CDS di raddoppio del rumore in banda, si valuta un contributo del rumore  $1/f$

$$\sqrt{v_n^2} \approx 2 \sqrt{S_{Va}} \cdot \sqrt{f_c} \sqrt{\ln \left( \frac{f_s}{f_i} \right)} = 19\mu V \cdot \sqrt{\ln(10000)} = 57,7\mu V$$

che corrisponde a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{V_m^2}}{\frac{dV_m}{dT}} \approx 0,30 \text{ K} = 300 \text{ mK}$$

che è largamente fuori dalla specifica richiesta.

## **D) Modulazione del segnale e misura con amplificatore lock-in**

### **D1 - Modulazione del segnale**

Le sorgenti del rumore  $1/f$  sono nell'amplificatore e il segnale va modulato prima che si aggiunga il rumore  $1/f$ : questo si può fare modulando la corrente di polarizzazione nel sensore.

Una maniera semplice ed efficiente di realizzarla è con una semplice commutazione di corrente nel sensore, precisamente:

- per metà periodo tenere eguale corrente  $I_1 = I_2 = 10\mu\text{A}$  nei due diodi e pertanto ottenere tensione differenziale nulla  $V_m = 0$
- per l'altra metà periodo portare la corrente del diodo 1 a  $I_1 = 100\mu\text{A}$  lasciando nell'altro

$$I_2 = 10\mu\text{A} \text{ e pertanto ottenere la tensione differenziale } V_m = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{kT}{q}$$

Si ottiene così un segnale differenziale  $v_m(t)$  a onda quadra con escursione picco-picco  $V_m$  e cioè ampiezza dell'oscillazione  $V_m/2$ .

Per realizzare questa modulazione occorre utilizzare un segnale a onda quadra per comandare opportunamente interruttori che commutano la corrente. Si può ottenerlo "squadrando" il segnale sinusoidale con un circuito non lineare; ad esempio, utilizzando un circuito comparatore che commuti all'attraversamento dello zero da parte del segnale sinusoidale dato al suo ingresso.

Non risulta conveniente modulare iniettando nei diodi correnti con la forma sinusoidale del generatore. La tensione di ciascun diodo è determinata tramite una relazione fortemente non lineare dall'andamento nel tempo della sua corrente, per cui oscillazioni sinusoidali nella corrente genererebbero segnali di tensione non sinusoidali. Perciò non appare facile individuare come procedere con una modulazione sinusoidale di corrente per ottenere una conversione tra variazioni di temperatura e variazioni del segnale di tensione semplice e ben definita, come quella ottenuta operando in continua o con la modulazione a onda quadra

### **D2 - Segnale di riferimento e misura mediante LIA (lock-in amplifier)**

Consideriamo di utilizzare la modulazione a corrente commutata alla frequenza  $f_R = 1\text{MHz}$  del generatore, che è superiore alla frequenza d'angolo  $f_c = 100\text{kHz}$  del rumore  $1/f$ .

Si può utilizzare come riferimento per il lock-in il segnale a forma d'onda sinusoidale dato dal generatore

$$r(t) = B \cos(2\pi f_R t)$$

dato che esso ha frequenza e fase eguale al segnale a onda quadra.

In questo caso il segnale continuo in uscita dal lock-in utilizza solo la armonica fondamentale del segnale termometrico  $v_m(t)$  a onda quadra con ampiezza  $A = V_m/2$ . L'armonica fondamentale è una sinusoide di frequenza  $f_R$  con ampiezza

$$A_F = \frac{V_m}{2} \frac{4}{\pi} = 2 \frac{V_m}{\pi}$$

Il segnale continuo in uscita dal lock-in vale pertanto

$$V_L = \frac{B}{2} A_F = B \frac{V_m}{\pi}$$

In alternativa, come riferimento per il lock-in si può utilizzare un segnale a onda quadra con ampiezza  $B$ , derivato da quello che comanda la commutazione di corrente.

In questo caso il riferimento ha la stessa forma d'onda del segnale  $v_m(t)$  e quindi lo utilizza in pieno producendo in uscita un segnale continuo maggiore del caso precedente

$$V_L = B \cdot A = B \cdot \frac{V_m}{2}$$

### D3 - Errore nella misura di temperatura

Le ragioni che hanno portato a scegliere in (B) il limite di banda di rumore per il passabasso valgono anche per la scelta del filtro passabasso dell'amplificatore lock-in. Pertanto adottiamo anche qui un filtro con banda di rumore  $f_s = 10$  Hz

Un lock-in che processa un segnale sinusoidale con ampiezza  $A$  e frequenza  $f_R$  accompagnato da rumore con densità spettrale  $2S_{V_a}$  utilizzando un riferimento sinusoidale con frequenza e fase eguale al segnale ottiene in uscita un rapporto segnale/rumore

$$\left( \frac{S}{N} \right) = \frac{A}{\sqrt{2f_s \cdot 2S_{V_a}(f_R)}}$$

Nel nostro caso abbiamo  $A = 2 \frac{V_m}{\pi}$  e quindi

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{2V_m}{\pi\sqrt{2f_s \cdot 2S_{Va}(f_R)}} = \frac{V_m}{\pi\sqrt{f_s \cdot S_{Va}(f_R)}}$$

Il segnale di tensione minimo misurabile ( $S/N=1$ ) è quindi

$$V_{m,\min} = \pi\sqrt{f_s} \sqrt{S_{Va}(f_R)} = 298 \text{ nV}$$

che corrisponde a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{V_{m,\min}}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0015 \text{ K} = 1,5 \text{ mK}$$

In alternativa, possiamo considerare un lock-in che processa un segnale a onda quadra con ampiezza  $A$  e frequenza  $f_R$  accompagnato da rumore con densità spettrale  $2S_{Va}$  utilizzando un riferimento a onda quadra con frequenza e fase eguale al segnale. Con esso si ottiene in uscita un rapporto segnale/rumore

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{A}{\sqrt{f_s \cdot 2S_{Va}(f_R)}}$$

Questo schema è quello del secondo caso considerato nel paragrafo precedente, per il quale si ha

$$A = \frac{V_m}{2} \text{ e quindi}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{V_m}{2\sqrt{f_s \cdot 2S_{Va}(f_R)}}$$

Il segnale di tensione minimo misurabile ( $S/N=1$ ) con questo schema risulta

$$V_{m,\min} = 2\sqrt{f_s} \sqrt{2S_{Va}(f_R)} = 268 \text{ nV}$$

che corrisponde a un errore in temperatura

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{V_{m,\min}}}{\frac{dV_m}{dT}} = 0,0014 \text{ K} = 1,4 \text{ mK}$$