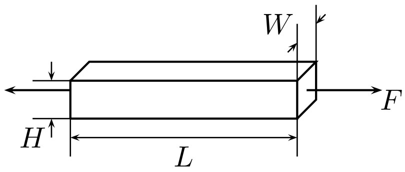
Estensimetri o Strain Gauges

Sforzi e deformazioni in un corpo elastico

Consideriamo un parallelepipedo di materiale

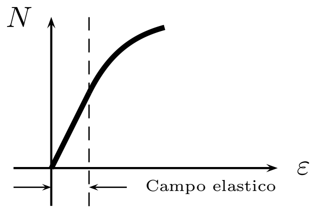


dove L è la lunghezza e $S = W \cdot H$ è la sezione. Definiamo sforzo (stress) il rapporto tra la forza applicata e la sezione del corpo ($N = \frac{F}{S}$), e deformazione (strain) la variazione relativa di lunghezza ($\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$). Se il materiale è elastico la deformazione è proporzionale allo sforzo:

$$\varepsilon \propto N \Rightarrow \varepsilon = \frac{N}{E}$$

dove E è chiamato modulo di Young.

Anche per materiali elastici si ha un limite al massimo sforzo applicabile per mantenere la proporzionalità tra sforzo e deformazione



ε_L è il limite della deformazione elastica, e dipende dal materiale. Per i metalli $\varepsilon_L < 2\,\%$.

Quando una barra è tesa la lunghezza aumenta, quindi

$$\Delta L > 0$$

e si contrae la sezione

$$\Delta W < 0 \qquad \Delta H < 0$$

Definiamo il rapporto di Poisson

$$\nu = -\tfrac{\Delta W}{W} / \tfrac{\Delta L}{L} = -\tfrac{\Delta H}{H} / \tfrac{\Delta L}{L}$$

ν dipende dal materiale, di solito si ha

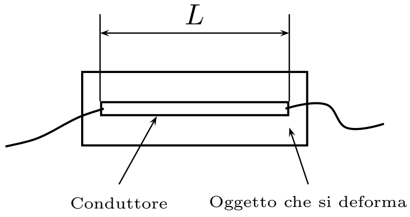
$$0{,}25 < \nu < 0{,}4$$

Per i metalli più comuni (Cu, Fe, acciaio)

$$0{,}3 < \nu < 0{,}35$$

$\frac{\Delta L}{L} = 10^{-6}$ viene chiamato 1 microstrain. Il microstrain è l'unità di misura normalmente impiegata per le misure di deformazione.

Principio di funzionamento degli estensimetri



La resistenza del conduttore vale

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

dove ρ è la resistività del conduttore. La variazione relativa di resistenza è (per piccole variazioni)

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

ma la variazione relativa della sezione si può scrivere come

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta W}{W} + \frac{\Delta H}{H} = -2\nu \frac{\Delta L}{L}$$

Si ha quindi

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L}(1 + 2\nu) + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Per i metalli più comuni $\nu = 0{,}3 \div 0{,}35$, quindi

$$\frac{\Delta R}{R} = (1{,}6 \div 1{,}7)\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

In alcuni metalli (soprattutto Ni e leghe di Ni) si ha forte effetto piezoresistivo, cioè variazione di resistività causata dalla deformazione:

$$\rho = \rho_0(1 + \beta N)$$

dove β è il coefficiente di piezoresistività. Si trova perciò

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \beta N$$

quindi

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L}\left[1 + 2\nu + \tfrac{\Delta \rho}{\rho} / \tfrac{\Delta L}{L}\right] = \frac{\Delta L}{L}\left[1 + 2\nu + \frac{\beta N}{\varepsilon}\right] = \frac{\Delta L}{L}[1 + 2\nu + \beta E]$$

Lo strain gauge trasduce una variazione relativa di lunghezza ($\frac{\Delta L}{L}$) in una variazione relativa di resistenza ($\frac{\Delta R}{R}$), ed è caratterizzato dal Gauge Factor

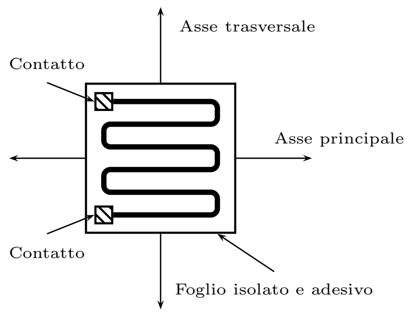
$$G = \tfrac{\Delta R}{R} / \tfrac{\Delta L}{L} = 1 + 2\nu + \beta E = (1{,}6 \div 1{,}7) + \beta E$$

- valori più comuni: $G = 1{,}8 \div 2{,}2$
- tipi speciali: $G = 2 \div 3{,}5$ (leghe Ni–Cu e Ni–Fe–Cr)
- con Nickel si arriva a $G = 12$

Per l'uso pratico si vuole l'estensimetro

- con R non troppo piccola
- di piccole dimensioni
- montabile solidalmente con il pezzo da misurare

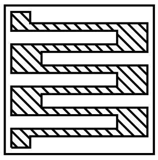
In passato venivano realizzati con filo conduttore incollato su un supporto isolante e adesivo



si aveva

$$\frac{G_T}{G_P} = \frac{\text{Gauge factor trasversale}}{\text{Gauge factor principale}} \simeq \frac{\text{lunghezza tratti trasversali}}{\text{lunghezza tratti longitudinali}} \simeq 5\,\%$$

Gli attuali strain gauges sono realizzati con litografia su strato metallico:



e sono quindi sottili ($2\,\mu\text{m} \div 10\,\mu\text{m}$) e con tratti trasversali larghi in modo da avere $\frac{G_T}{G_P} \simeq 0{,}1\,\%$. Altri vantaggi degli strain gauges litografici sono:

- precisione (piccole tolleranze di produzione)
- riproducibilità (strain gauges matched)
- piccole dimensioni del foglio di supporto
- ampia superficie esposta (disperde bene il calore)
- ampi contatti terminali

I valori tipici della resistenza sono tra $50\,\Omega$ e $2\,\text{k}\Omega$; sono disponibili anche tipi speciali con $R > 10\,\text{k}\Omega$.

Effetti di temperatura e loro compensazione

Le variazioni di R per effetti termici sono date da:

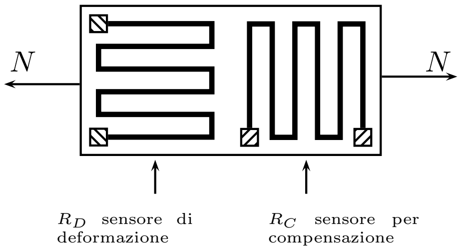
$$\left.\frac{\Delta R}{R}\right|_T = \alpha \Delta T$$

con $\alpha \simeq 4 \cdot 10^{-3}/°\text{C}$, mentre le variazioni di R per deformazioni sono date da

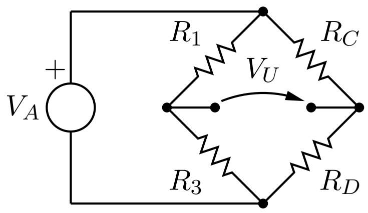
$$\left.\frac{\Delta R}{R}\right|_N = G_F \varepsilon$$

con $G_F \approx 2$. Quindi una $\Delta T = 1\,°\text{C}$ ha effetto equivalente a $\varepsilon \simeq 2000$ microstrain.

Occorre perciò compensare le variazioni dovute a ΔT utilizzando due sensori identici ("matched strain gauges") entrambi esposti alla stessa temperatura T, ma solo uno soggetto a deformazione:



Uno schema per la compensazione termica nel ponte di Wheatstone è:



La variazione ΔT produce variazioni ΔR_C e ΔR_D uguali, mentre la deformazione ε produce solo variazioni di R_D. Verifichiamo la compensazione (trattando come differenziali le piccole variazioni):

$$V_U = V_A \left(\frac{R_D}{R_C + R_D} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right) = V_A \left[f(T,\varepsilon) - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right]$$

con

$$f(T,\varepsilon) = \frac{R_D(T,\varepsilon)}{R_C(T) + R_D(T,\varepsilon)}$$

Si può calcolare quindi

$$\begin{aligned}
\Delta V_U &= V_A \left\{ \frac{df}{dR_D} \left[\Delta R_D(\varepsilon) + \Delta R_D(T) \right] + \frac{df}{dR_C} \Delta R_C(T) \right\} = \\
&= V_A \left\{ \frac{df}{dR_D} \Delta R_D(\varepsilon) + \left[\frac{df}{dR_D} \frac{dR_D}{dT} + \frac{df}{dR_C} \frac{dR_C}{dT} \right] \Delta T \right\} = \\
&= V_A \left\{ \frac{R_C}{(R_C + R_D)^2} \Delta R_D(\varepsilon) + \left[\frac{R_C}{(R_C + R_D)^2} \frac{dR_D}{dT} - \frac{R_D}{(R_C + R_D)^2} \frac{dR_C}{dT} \right] \Delta T \right\} = \\
&= V_A \left\{ \frac{R_C R_D}{(R_C + R_D)^2} \frac{\Delta R_D(\varepsilon)}{R_D} + \left[\frac{R_C R_D}{(R_C + R_D)^2} \frac{1}{R_D} \frac{dR_D}{dT} - \frac{R_C R_D}{(R_C + R_D)^2} \frac{1}{R_C} \frac{dR_C}{dT} \right] \Delta T \right\}
\end{aligned}$$

alla temperatura di riferimento iniziale si ha $R_D = R_C$ e $\frac{dR_D}{dT} = \frac{dR_C}{dT}$, quindi il termine in ΔT è nullo. Si trova perciò

$$\Delta V_U = V_A \frac{\frac{R_C}{R_D}}{\left(1 + \frac{R_C}{R_D}\right)^2} \frac{\Delta R_D(\varepsilon)}{R_D} = \frac{V_A}{4} \frac{\Delta R_D(\varepsilon)}{R_D} = \frac{V_A}{4} G \frac{\Delta L}{L} = \frac{V_A}{4} G \varepsilon$$

Si possono usare vari schemi per la compensazione termica nel ponte di Wheatstone.

Altri schemi utilizzano coppie di strain gauges "matched" per misurare separatamente deformazioni di estensione e deformazioni di flessioni di parti meccaniche.

Altri sistemi con due o più strain gauges sono usati per misurare deformazioni più complesse (torsioni di alberi, deformazioni di lastre piane, ecc...).

Strain gauges a semiconduttore

In questi sensori l'effetto piezoresistivo è

- molto intenso
- dipendente dal materiale e dal drogaggio
- dipendente dalla temperatura
- dipendente dallo sforzo, quindi con effetti di non linearità (la linearità si mantiene fino a circa 4000 microstrain)

Inoltre la resistività è fortemente dipendente dalla temperatura.

I vantaggi sono l'elevata sensibilità e l'elevato valore del gauge factor: $G_F = 100 \div 300$.

Gli svantaggi sono le non linearità e le dipendenze dalla temperatura.

Preamplificatori e apparati di misura per strain gauges

Per gli strain gauges la situazione è molto simile a quella vista e discussa per le termoresistenze, e quindi vengono impiegati preamplificatori e tecniche di misura del tutto simili.