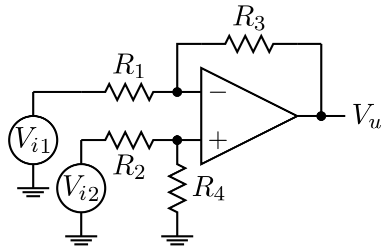
# Preamplificatori per Termocoppie: fondamenti

a) Il classico amplificatore alle differenze non basta:




$$V_u = V_{u_D} + V_{u_C} = G_D V_D + G_{CM} V_{CM}$$

$$G_D = \frac{V_{u_D}}{V_{i_D}}, \qquad \text{con } V_{i_D} = V_{i_2} - V_{i_2}$$

$$G_{CM} = \frac{V_{u_C}}{V_{CM}}, \qquad \text{con } V_{CM} = \frac{V_{i_1} + V_{i_2}}{2}$$

indicando per brevità $a_1 = \frac{R_1}{R_3}$ e $a_2 = \frac{R_2}{R_4}$ si ricava:

$$G_D = \frac{V_{u_D}}{V_{i_D}} = \frac{1}{2a_1}\left(1 + \frac{1+a_1}{1+a_2}\right)$$

$$G_{CM} = \frac{V_{u_C}}{V_{CM}} = \frac{1}{a_1}\left(\frac{1+a_1}{1+a_2} - 1\right)$$

- Per reiettare il modo comune $V_{CM}$ e amplificare solo il segnale differenziale $V_{i_D}$ occorrerebbe avere
$$a_2 = a_1$$
così che
$$G_{CM} = 0$$
$$G_D = \frac{1}{a_1} = \frac{R_3}{R_1}$$
ma la tolleranza dei resistori e le diverse resistenze dei due fili della termocoppia non permettono di avere $a_2 = a_1$ con sufficiente precisione.
Valutiamo gli effetti di variazioni $\Delta a = a_2 - a_1$ dovute a $\Delta R_2 = R_2 - R_1$ e $\Delta R_4 = R_4 - R_3$. Consideriamo piccole variazioni (trattabili come differenziali) e consideriamo il caso peggiore, in cui $\Delta R_2$ e $\Delta R_4$ abbiano segno opposto e quindi valutiamo
$$\left|\frac{\Delta a}{a_1}\right| = \left|\frac{\Delta R_2}{R_1}\right| + \left|\frac{\Delta R_4}{R_3}\right|$$
Nel caso delle termocoppie la deviazione maggiore è quella di $R_2$ (fili delle termocoppie diversi), quindi
$$\frac{\Delta a}{a_1} \simeq \frac{\Delta R_2}{R_1}$$
- Sul guadagno differenziale $G_D$ la variazione $\Delta a = a_2 - a_1$ produce un effetto piccolo. Valutiamolo come una variazione differenziale a partire da $a_2 = a_1$
$$|\Delta G_D| = \frac{1}{2a_1}(1+a_1)\frac{1}{(1+a_2)^2}\Delta a = \frac{1}{2}\frac{1}{1+a_1}\frac{\Delta a}{a_1} = \frac{1}{2}\frac{G_D}{G_D+1}\frac{\Delta a}{a_1}$$
quindi la variazione di $G_D$ è minore di quella di $R_2$
$$\left|\frac{\Delta G_D}{G_D}\right| = \frac{1}{2}\frac{1}{G_D+1}\frac{\Delta a}{a_1} = \frac{1}{2}\frac{1}{G_D+1}\frac{\Delta R_2}{R_1}$$

- È invece notevole l'effetto sul guadagno di modo comune $G_{CM}$ e quindi sul $CMRR$. Valutiamolo come una variazione differenziale a partire da $a_2 = a_1$

$$|\Delta G_{CM}| = \frac{1+a_1}{a_1}\frac{1}{(1+a_2)^2}\Delta a = \frac{1}{1+a_1}\frac{\Delta a}{a_1} = \frac{G_D}{G_D+1}\frac{\Delta a}{a_1} = \frac{G_D}{G_D+1}\frac{\Delta R_2}{R_1} \simeq \frac{\Delta R_2}{R_1}$$

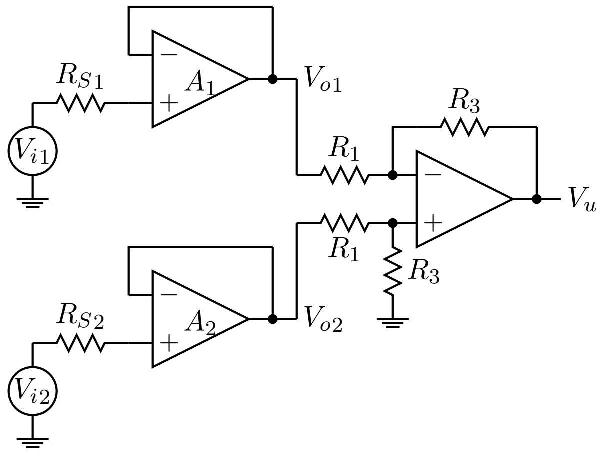
  Pertanto il $CMRR$ viene limitato a

$$CMRR = \frac{G_D}{\Delta G_{CM}} = (G_D+1)\frac{R_1}{\Delta R_2} \simeq G_D\frac{R_1}{\Delta R_2}$$

  e per arrivare ai valori di $CMRR$ necessari occorrerebbe ridurre le deviazioni $\frac{\Delta R_2}{R_1}$ a livelli praticamente irrealizzabili.

  Per esempio, con $G_D = 100$ e per arrivare a $CMRR = 10^6$ occorrerebbe limitare le tolleranze a $\frac{\Delta R_2}{R_1} = 10^{-4} = 0{,}01\,\%$.

b) Si possono inserire due buffer di tensione in ingresso, ma migliorano poco la situazione




- I due buffer hanno guadagno diverso a causa dei diversi guadagni in continua degli amplificatori operazionali ($A_1$ e $A_2$):

$$V_{o_1} = V_{s_1}\frac{A_1}{1+A_1} \simeq V_{s_1}\left(1-\frac{1}{A_1}\right)$$

$$V_{o_2} = V_{s_2}\frac{A_2}{1+A_2} \simeq V_{s_2}\left(1-\frac{1}{A_2}\right)$$

- Quindi $V_{CM}$ genera una differenza all'uscita del primo stadio:

$$V_{D_o} = V_{o_1} - V_{o_2} = V_{CM}\left(\frac{1}{A_2}-\frac{1}{A_1}\right)$$

  avendo $A_2 = A_1 + \Delta A$ si trova:

$$V_{D_o} = V_{CM}\frac{\Delta A}{A_1}\frac{1}{A_1+\Delta A} \simeq V_{CM}\frac{\Delta A/A_1}{A_1}$$

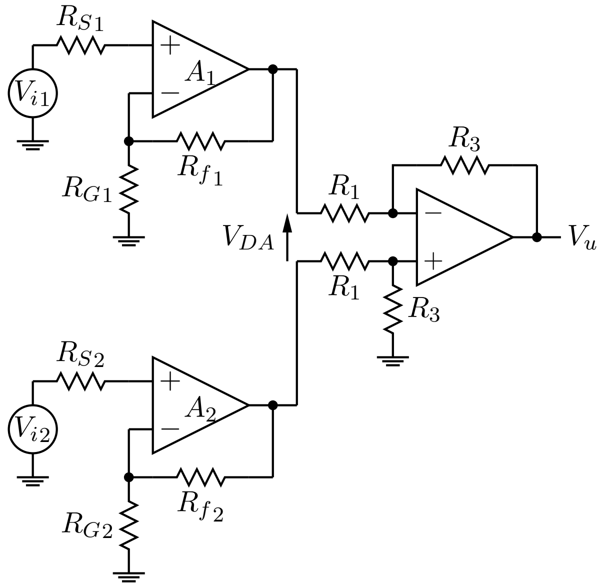
- Quindi già dal primo stadio si ha un limite sul $CMRR$:

$$CMRR \leq \frac{A_1}{\Delta A/A_1}$$

  Per esempio, se $\frac{\Delta A}{A} = 10\,\%$, per avere $CMRR > 10^6$ serve $A > 10^5$

- I due buffer aggiungono i loro offset di tensione (diversi tra loro) e le relative derive nel tempo e dipendenze dalla temperatura.
- I due buffer non amplificano il segnale e aggiungono il loro rumore, che quindi si somma a quello del secondo stadio.

c) Si possono inserire due buffer di tensione con amplificazione, ma non risolvono i problemi citati




Il guadagno $G_{D_A} = \left(1 + \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}\right) \simeq \left(1 + \frac{R_{f_2}}{R_{G_2}}\right)$ del primo stadio agisce sul segnale differenziale, ma anche su $V_{CM}$. Dato che $V_{CM}$ è, di solito, elevato, i limiti di dinamica impongono valori limitati di $G_{D_A}$.

- Dato che $G_{D_A}$ non è elevato, dal punto di vista del rumore la situazione migliora di poco rispetto a quella con buffer a guadagno 1.
- Rimangono i problemi dovuti agli offset.
- Rimangono i problemi dovuti alla diversità dei guadagni in continua $A_1$ e $A_2$.
- Si aggiungono problemi di diverso guadagno effettivo dei due stadi, causati da deviazioni dei valori delle resistenze dai valori richiesti, cioè nei casi in cui $\frac{R_{f_2}}{R_{G_2}} \neq \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}$. Valutiamo questo effetto da solo: $V_{CM}$ genera in uscita del primo stadio un segnale differenziale:

$$V_{D_A} = V_{CM}\left(\frac{R_{f_1}}{R_{G_1}} - \frac{R_{f_2}}{R_{G_2}}\right)$$

  Evidenziando $\Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right) = \left|\frac{R_{f_1}}{R_{g_1}} - \frac{R_{f_2}}{R_{g_2}}\right|$ si ha

$$|V_{D_A}| = V_{CM}\Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right)$$

  quindi risulta

$$G_{CM_A} = \frac{|V_{D_A}|}{V_{CM}} = \Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right)$$

  e ne consegue una limitazione del $CMRR_A$:

$$CMRR_A = \frac{G_{D_A}}{G_{CM_A}} = \frac{G_{D_A}}{\Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right)}$$

  Perciò con valori non elevati di $G_{D_A}$ risulta necessaria una piccolissima tolleranza $\Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right)$. Per esempio, con $G_{D_A} = 10$, per ottenere $CMRR = 10^6$ sarebbe necessario avere $\Delta\left(\frac{R_f}{R_g}\right) \simeq 10^{-5}$.
- Mettendo in evidenza la tolleranza sui valori di resistenza (e trattando le piccole variazioni come differenzili)

$$\Delta R_f = R_{f_2} - R_{f_1} \qquad \Delta R_G = R_{G_2} - R_{G_1}$$

si ha

$$\frac{\Delta\left(\frac{R_f}{R_G}\right)}{\frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}} = \frac{\Delta R_f}{R_{f_1}} - \frac{\Delta R_G}{R_{G_1}}$$

e quindi

$$G_{CM_A} = \Delta\left(\frac{R_f}{R_G}\right) = \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}\left(\frac{\Delta R_f}{R_{f_1}} - \frac{\Delta R_G}{R_{G_1}}\right)$$

È diversa la situazione nei due casi di resistenze discrete o resistenze integrate.

– Nel caso di resistenze discrete, le variazioni di $R_f$ e $R_G$ sono tra loro incorrelate, pertanto occorre considerare il caso peggiore, in cui $\Delta R_f$ e $\Delta R_G$ hanno segni opposti e quindi le variazioni indotte in $\frac{R_f}{R_G}$ si sommano:

$$G_{CM_A} = \left|\Delta\left(\frac{R_f}{R_G}\right)\right| = \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}\left(\left|\frac{\Delta R_f}{R_{f_1}}\right| + \left|\frac{\Delta R_G}{R_{G_1}}\right|\right)$$

– Nel caso di resistenze integrate le variazioni di $R_f$ e $R_G$ sono fortemente correlate, e avendo lo stesso segno inducono in $\frac{R_f}{R_G}$ effetti opposti che tendono a compensarsi. In questo caso si considera direttamente il valore delle tolleranze del rapporto $\frac{R_f}{R_G}$ assicurata dal processo di fabbricazione per valutare l'effetto sul $CMRR$.

– Nel caso di resistenze discrete invece occorre far riferimento alle tolleranze delle resistenze e valutare quindi

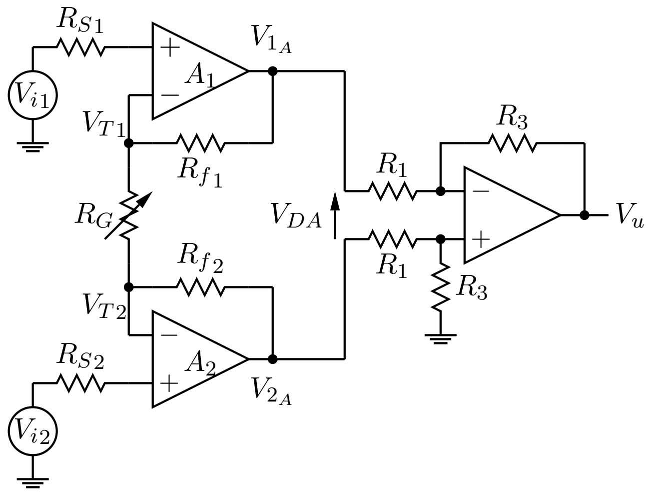
$$CMRR_A = \frac{G_{D_A}}{G_{CM_A}} = \frac{1 + \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}}{G_{CM_A}} = \frac{1 + \frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}}{\frac{R_{f_1}}{R_{G_1}}} \frac{1}{\left|\frac{\Delta R_f}{R_{f_1}}\right| + \left|\frac{\Delta R_G}{R_{G_1}}\right|} \simeq \frac{1}{\left|\frac{\Delta R_f}{R_{f_1}}\right| + \left|\frac{\Delta R_G}{R_{G_1}}\right|}$$

Quindi per assicurare $CMRR \simeq 10^6$ occorrerebbe assicurare tolleranze $\frac{\Delta R}{R} \simeq 10^{-6}$

d) Amplificatori da strumentazione (Instrumentation Amplifier – IA): risolvono i problemi perché opportunamente progettati per avere le caratteristiche richieste (CMRR elevato, insensibilità a resistenze sbilanciate sui due ingressi, basso rumore, basso offset con bassa dipendenza dalla temperatura, ecc. . . ).

Oggi sono disponibili IA integrati con buone caratteristiche, risultanti da tecniche di progettazione specificamente sviluppate.

Richiamiamo solo lo schema classico di IA impiegante tre blocchi amplificatori. Lo schema è ottenuto da una evoluzione razionale dello schema con buffer di ingresso con guadagno.




- Consideriamo il comportamento sul modo comune:
  - $V_{T_1} = V_{CM}, \quad V_{T_2} = V_{CM}$
  - $V_{T_1} = V_{T_2}$, quindi in $R_G$ non passa corrente
  - Perciò non passa corrente neanche in $R_{f_1}$ e $R_{f_2}$, che quindi non presentano cadute di tensione ai loro capi
  - Quindi si trova $V_{1_A} = V_{CM}, \quad V_{2_A} = V_{CM}$

  Quindi il modo comune in uscita dal primo stadio risulta

  $$V_{CMA} = V_{CM}$$

  non amplificato. Perciò

  $$G_{CMA} = \frac{V_{CMA}}{V_{CM}} = 1$$

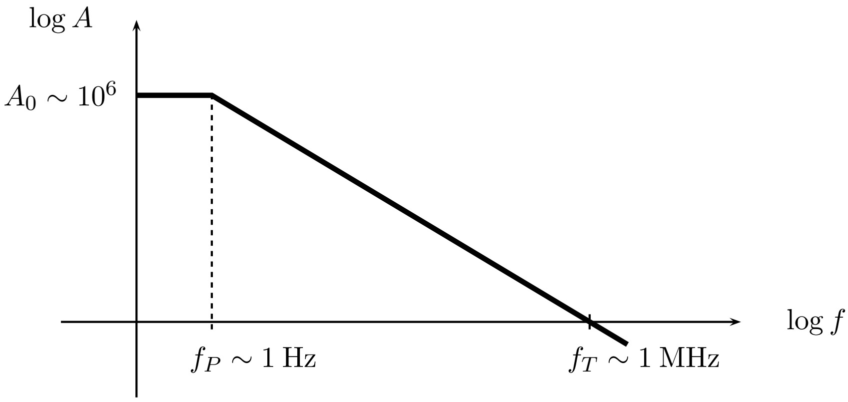
- Consideriamo il comportamento sul modo differenziale:

  $$V_{i_1} = -\frac{V_D}{2} \qquad V_{i_2} = +\frac{V_D}{2}$$

  - $V_{T_1} = -\frac{V_D}{2} \qquad V_{T_2} = +\frac{V_D}{2}$
  - La corrente in $R_G$ vale $i_G = \frac{V_D}{R_G}$ (verso l'alto)
  - $V_{1_A} = V_{T_1} - i_G R_{f_1} = -\frac{V_D}{2} - V_D \frac{R_{f_1}}{R_G}$
  - $V_{2_A} = V_{T_2} + i_G R_{f_2} = \frac{V_D}{2} + V_D \frac{R_{f_2}}{R_G}$
  - $V_{D_A} = V_{1_A} - V_{2_A} = -V_D - V_D \frac{R_{f_1}+R_{f_2}}{R_G} = -V_D \left(1 + \frac{R_{f_1}}{R_G} + \frac{R_{f_2}}{R_G}\right)$ amplificata
  - Quindi $G_{D_A} = 1 + \frac{R_{f_1}}{R_G} + \frac{R_{f_2}}{R_G}$

- Vantaggi:
  - $V_{CM}$ viene trasmessa dal primo stadio senza amplificazione, anche se $R_{f_1} \neq R_{f_2}$
  - $V_D$ viene amplificata dal primo stadio
  - La richiesta di $CMRR$ al secondo stadio è ridotta di un fattore pari al guadagno del primo stadio
  - Si può variare $G_{D_A}$ semplicemente variando $R_G$, senza dover variare altro
  - Il rumore del secondo stadio ha peso ridotto di un fattore pari al guadagno del primo stadio
  - Anche gli offset di tensione del secondo stadio sono ridotti di un fattore pari al guadagno del primo stadio

e) Parametri tipici per IA commerciali




- tensione di offset: poche decine di µV
- coefficiente di temperatura della tensione di offset: $\sim$ µV/°C
- correnti di bias: $< 50$ nA
- offset delle correnti di bias: $< 5$ nA
- CMRR: $> 100$ dB
- resistenza verso massa in ingresso $R_C > 10\,\mathrm{M\Omega}$
- rumore di tensione: $< 10\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ a larga banda; $f_C \sim 10$ Hz per il rumore $1/f$
- rumore di corrente: $< 1\,\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ a larga banda; $f_C \sim 100$ Hz per il rumore $1/f$